

ഗണിതം

സ്റ്റാൻഡേർഡ് V

ഭാഗം - 1



കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം
2016

ദേശീയഗാനം

ജനഗണമന അധിനായക ജയഹേ
 ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ,
 പഞ്ചാബസിന്ധു ഗുജറാത്ത മറാഠാ
 ദ്രാവിഡ ഉൽക്കല ബംഗാ,
 വിന്ധ്യഹിമാചല യമുനാഗംഗാ,
 ഉച്ഛല ജലധിതരംഗാ,
 തവശുഭനാമേ ജാഗേ,
 തവശുഭ ആശിഷ മാഗേ,
 ഗാഹേ തവ ജയ ഗാഥാ
 ജനഗണമംഗലദായക ജയഹേ
 ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ.
 ജയഹേ, ജയഹേ, ജയഹേ,
 ജയ ജയ ജയ ജയഹേ!

പ്രതിജ്ഞ

ഇന്ത്യ എന്റെ രാജ്യമാണ്. എല്ലാ ഇന്ത്യക്കാരും എന്റെ സഹോദരീ സഹോദരന്മാരാണ്.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തെ സ്നേഹിക്കുന്നു; സമ്പൂർണ്ണവും വൈവിധ്യപൂർണ്ണവുമായ അതിന്റെ പാരമ്പര്യത്തിൽ ഞാൻ അഭിമാനം കൊള്ളുന്നു.

ഞാൻ എന്റെ മാതാപിതാക്കളെയും ഗുരുക്കന്മാരെയും മുതിർന്നവരെയും ബഹുമാനിക്കും.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തിന്റെയും എന്റെ നാട്ടുകാരുടെയും ക്ഷേമത്തിനും ഐശ്വര്യത്തിനും വേണ്ടി പ്രയത്നിക്കും.

Prepared by :

State Council of Educational Research and Training (SCERT)

Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in

E-mail : scertkerala@gmail.com

Phone : 0471-2341883, Fax : 0471-2341869

Typesetting and Layout : SCERT

First Edition : 2014, Reprint : 2016

Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30

© Department of Education, Government of Kerala

പ്രിയപ്പെട്ട കുട്ടികളേ,

സംഖ്യകളും രൂപങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട്
കുറേയേറെ കാര്യങ്ങൾ നാം മനസ്സിലാക്കി.

കുറേക്കൂടി വലിയസംഖ്യകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ,
അവയുടെ ക്രിയകൾ, ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്ന
പ്രശ്നങ്ങൾ, സംഖ്യാപ്രത്യേകതകൾ
തുടങ്ങിയവയും നമുക്ക് ചർച്ചചെയ്യാം;
ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പുതിയ ആശയങ്ങളും
നിർമ്മിതികളും പരിചയപ്പെടാം.

യുക്തിപരമായി ചിന്തിച്ചും കൃത്യതയോടെ വരച്ചും
ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തിയും
നമുക്ക് ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ മുന്നേറാം.

ആശംസകളോടെ,

ഡോ. പി. എ. ഫാത്തിമ
ഡയറക്ടർ
എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

പാഠപുസ്തക രചന

ശില്പശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ

രമേശൻ എൻ.കെ.

എച്ച്.എസ്.എ.

ആർ.ജി.എം.എച്ച്.എസ്.എസ്, പാന്നൂർ, കണ്ണൂർ

കുഞ്ഞഹമ്മദ്. ടി.പി.

പി.ഡി. ടീച്ചർ, ജി.എം.യു.പി. സ്കൂൾ, തിരുവള്ളൂർ

പ്രകാശൻ ടി.പി.

എച്ച്.എസ്.എ, ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്. വാഴക്കാട്, മലപ്പുറം

രവികുമാർ ടി.എസ്.

പി.ഡി.ടീച്ചർ, ജി.യു.പി.എസ്, അഞ്ചച്ചവടി, മലപ്പുറം

അനിത വി.എസ്.

ലക്ചറർ, ഡയറ്റ്, തിരുവനന്തപുരം

സുശീലൻ. കെ.

ബി.ആർ.സി. ട്രെയിനർ, തിരുർ, മലപ്പുറം

വാസുദേവൻ കെ.പി.

മാസ്റ്റർ ട്രെയിനർ, ഐ.ടി. @ സ്കൂൾ പ്രോജക്ട്, തൃശ്ശൂർ

വീരാൻകുട്ടി കെ.

യു.പി.എസ്.എ, സി.എച്ച്.എം.കെ.എം. യു.പി.എസ്, മുണ്ടക്കുളം, മലപ്പുറം

റവായത്ത് എം.കെ.

ടീച്ചർ, ജി.എച്ച്.എസ്, ബേമ്മണ്ണൂർ, പാലക്കാട്

കൃഷ്ണദാസ് പലേരി

ടീച്ചർ, ജി.യു.പി.എസ്, കൊടിയമ്മ, കാസറഗോഡ്

വിദഗ്ധർ

ഡോ. രമേഷ്കുമാർ പി.

അസി. പ്രൊഫസർ, കേരള സർവകലാശാല

ഡോ. മുതാസ് എൻ.എസ്.

അസോ. പ്രൊഫസർ, ഫാറൂക്ക് ട്രെയിനിങ് കോളേജ്, കോഴിക്കോട്

ചിത്രകാരന്മാർ

ധനേശൻ എം.വി.

എ.വി.എസ്.ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്, കരിവള്ളൂർ, കണ്ണൂർ

കുഞ്ഞിരാമൻ പി.സി.

ഡയറ്റ്, എറണാകുളം

ഹരികുമാർ കെ.ബി.

കഴക്കൂട്ടം, തിരുവനന്തപുരം

ഹരി ചാരുത

നേമം, തിരുവനന്തപുരം

അക്കാദമിക് കോഡിനേറ്റർമാർ

അരുൺ ജ്യോതി എസ്.

റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

ഡോ. ലിഡ്സൺരാജ് ജെ.

റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.



സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT)

വിദ്യാഭവൻ, പുജപ്പുര, തിരുവനന്തപുരം 695 012

ഉള്ളടക്കം

1.	സംഖ്യാലോകം	07
2.	വരകൾ ചേരുമ്പോൾ	19
3.	ഭാഗം വയ്ക്കൽ	33
4.	വൃത്തങ്ങൾ	51
5.	ഭാഗങ്ങളുടെ സംഖ്യ	61

ഈ പുസ്തകത്തിൽ സൗകര്യത്തിനായി ചില ചിഹ്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു.



ICT സാധ്യത



കണക്ക് ചെയ്തുനോക്കാം



പ്രോജക്ട്



തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

1

സംഖ്യാലോകം



സംഖ്യാകേളി

“കണക്കിലെ കളികൾ ഇഷ്ടമാണോ”? സൈന ടീച്ചർ ചോദിച്ചു.

“ഇഷ്ടമാണ്” - കുട്ടികൾ വിളിച്ചുപറഞ്ഞു.

“ഞാൻ ഒരു സംഖ്യ പറയാം. അതിന്റെ അടുത്ത സംഖ്യ പെട്ടെന്ന് നിങ്ങൾ പറയണം, ഇതാണ് കളി. തയാറാണല്ലോ?”

“തയാർ!”

“പത്ത്” - ടീച്ചർ പറഞ്ഞുതുടങ്ങി.

“പതിനൊന്ന്” - കുട്ടികളും.

“നാൽപ്പത്തിമൂന്ന്”

“നാൽപ്പത്തിനാല്”

കളി തുടർന്നുകൊണ്ടിരുന്നു.

“നാലായിരത്തി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പത്” - ടീച്ചർ പറഞ്ഞു.

“അയ്യായിരം” - ചില കുട്ടികൾ വിളിച്ചുപറഞ്ഞു.

“അയ്യോ... അല്ല. നാലായിരത്തി ഒന്നുനൂറ്”.

ഇതുപോലെയുള്ള അബദ്ധങ്ങൾ ആർക്കും പറ്റാം.

ഇനിയും കളിച്ചുനോക്കൂ.



ഒന്നാം ക്ലാസ്സിൽ പ്രവേശനം നേടിയത് 435268 കുട്ടികൾ

പ്രവേശനോത്സവം

പ്രവേശനം നേടിയ കുട്ടികളുടെ എണ്ണമായി എഴുതിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യ എത്രയാണ്?

എത്രവരെയുള്ള സംഖ്യകൾ നിങ്ങൾക്ക് വായിക്കാനറിയാം?

ഏറ്റവും വലിയ നാലക്ക സംഖ്യ ഏതാണ്?

ഇതിന്റെ തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യ ഏതാണ്?

ഏറ്റവും വലിയ അഞ്ചക്ക സംഖ്യയോ?

ഇതിന്റെ തൊട്ടടുത്തുള്ള സംഖ്യ ഏതാണ്?

ഈ സംഖ്യ എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

എങ്ങനെ വായിക്കും?

വലിയ സംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ഒരു പട്ടിക നോക്കൂ.

1	ഒന്ന്
10	പത്ത്
100	നൂറ്
1000	ആയിരം
10000	പതിനായിരം
100000	ലക്ഷം
1000000	പത്ത് ലക്ഷം
10000000	കോടി
100000000	പത്ത് കോടി

ഇങ്ങനെ തുടർന്നെഴുതിയാൽ സംഖ്യകൾ നൂറുകോടി, ആയിരം കോടി എന്നിങ്ങനെ നീണ്ടുപോകും.

ഇനി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പതിനായിരത്തി തൊള്ളായിരത്തി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പതിന്റെ കൂടെ ഒന്ന് കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ ഏതാണെന്നു പറയാമോ?

$$99999 + 1 = 100000$$

ഈ സംഖ്യ എങ്ങനെ വായിക്കും?

പട്ടിക നോക്കൂ.

ഒരു ലക്ഷത്തിൽ ആറ് അക്കങ്ങൾ ഉണ്ട്.

അതായത് ഒരു ലക്ഷം എന്നത് ആറക്കസംഖ്യയാണ്. അപ്പോൾ ഏറ്റവും വലിയ ആറക്കസംഖ്യ ഏതാണ്?

ഒമ്പത് ലക്ഷത്തി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പതിനായിരത്തി തൊള്ളായിരത്തി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പതിന്റെ കൂടെ ഒന്ന് കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ ഏതാണ്?

അതായത്, $999999 + 1 =$

ഭീമൻ സംഖ്യ

സാധാരണയായി നമുക്ക് അറിയാവുന്ന വലിയ സംഖ്യ ചോദിച്ചാൽ കോടി, 100 കോടി എന്നൊക്കെയാണ് പറയാറുള്ളത്. 1 നൂശേഷം 10 പൂജ്യം ചേർത്താൽ ആയിരം കോടിയായി. 1 നൂ ശേഷം 100 പൂജ്യമുള്ള സംഖ്യയുടെ വലുപ്പം ആലോചിക്കൂ... ഇതാണ് “ഗൂഗോൾ” (googol) എന്ന സംഖ്യ. 1938-ൽ എഡ്വേർഡ് കാസ്നർ ആണ് ഈ പേര് കൊടുത്തത്.

ലക്ഷത്തിന് നൂറായിരം (Hundred thousand) എന്നും 10 ലക്ഷത്തിന് മില്യൻ (Million) എന്നുമാണ് മറ്റ് ചില രാജ്യങ്ങളിൽ പേരുകൾ.



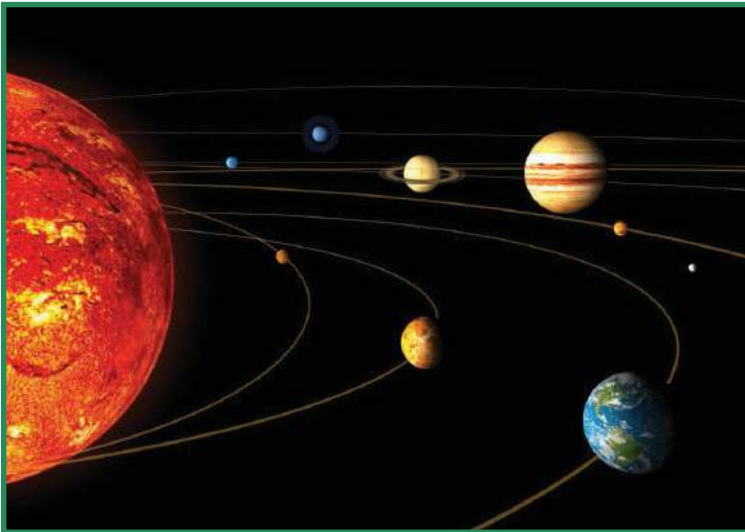
- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ പട്ടികയിലെ ഏതെല്ലാം സംഖ്യകൾക്കിടയിലാണെന്ന് കണ്ടെത്തൂ.

3245; 435268; 26736; 43526720

- ഒരു ആറക്കസംഖ്യ എഴുതുക. ഈ സംഖ്യ പട്ടികയിലെ ഏതെല്ലാം സംഖ്യകൾക്ക് ഇടയിലായിരിക്കും? ഈ സംഖ്യ എങ്ങനെ വായിക്കും?
- ലക്ഷത്തിനും പത്തു ലക്ഷത്തിനും ഇടയിലുള്ള അഞ്ച് സംഖ്യകൾ എഴുതുക. ഈ സംഖ്യകൾ എങ്ങനെയാണ് വായിക്കുന്നത്?

ഗ്രഹദൂരം

സൂര്യനിൽനിന്നു വിവിധ ഗ്രഹങ്ങളിലേക്കുള്ള ദൂരം ചുവടെ പട്ടികയിൽ തന്നിരിക്കുന്നു.



ഗ്രഹങ്ങൾ	ദൂരം (കി.മി)
ബുധൻ	57909175
ശുക്രൻ	108200000
ഭൂമി	149600011
ചൊവ്വ	227940000
വ്യാഴം	778333000
ശനി	1429400000
യുറാനസ്	2870990000
നെപ്റ്റ്യൂൺ	4504300000

ഭൂമിയിൽനിന്നു സൂര്യനിലേക്ക് എത്ര കിലോമീറ്റർ ദൂരം ഉണ്ട്?
ഈ ദൂരം 149600011 കിലോമീറ്റർ ആണെന്ന് പട്ടികയിൽനിന്നു കാണാം. ഈ ദൂരം എങ്ങനെ വായിക്കും?

പതിനാലു കോടി തൊണ്ണൂറ്റി ആറ് ലക്ഷത്തി പതിനൊന്ന്.

വ്യാഴത്തിൽനിന്നു സൂര്യനിലേക്കുള്ള ദൂരം എത്ര കിലോമീറ്ററാണ്?

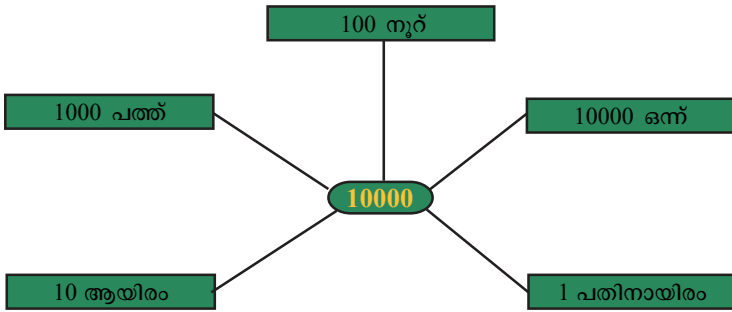
സൂര്യനോട് ഏറ്റവും അടുത്തുള്ള ഗ്രഹത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം എത്രയാണ്?

സൂര്യനോട് ഏറ്റവും അകലെയുള്ള ഗ്രഹത്തിലേക്കുള്ള ദൂരമോ?

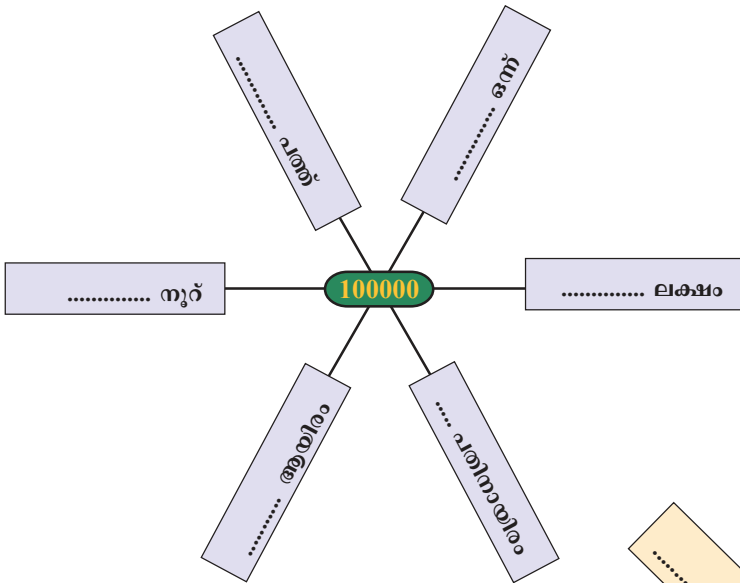
മുകളിൽ കണ്ടെത്തിയ ദൂരങ്ങളെല്ലാം വായിച്ചുനോക്കൂ.

പതിനായിരം പലതരം

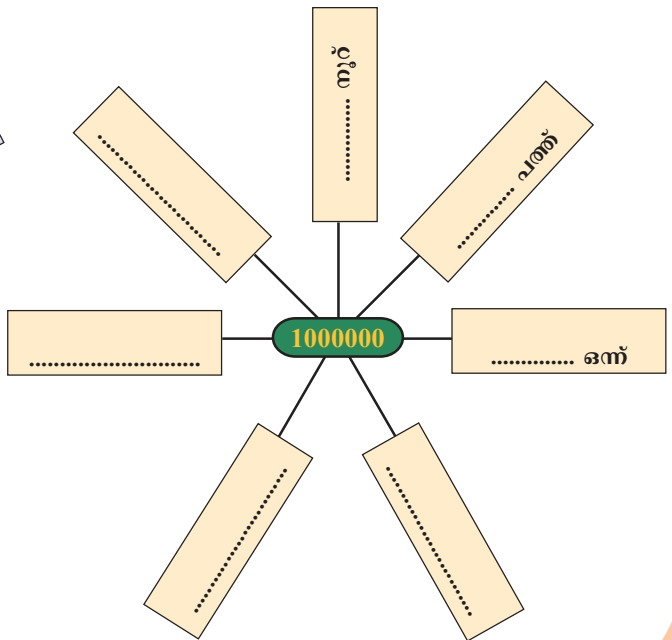
10000 പലതരത്തിൽ എഴുതിയത് നോക്കൂ.



ഇതേപോലെ 100000 തിനെ പലരീതിയിൽ എഴുതി നോക്കൂ.



പത്തുലക്ഷത്തെ എങ്ങനെ പലരീതിയിൽ എഴുതും?



എത്ര സംഖ്യകൾ!

1, 2, 3, 4, 5 എന്നീ അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ എത്ര അഞ്ചക്കസംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കാം? ഇത്തരത്തിലുള്ള എല്ലാ അഞ്ചക്കസംഖ്യകളും എഴുതി നോക്കുന്നത് എളുപ്പമല്ലല്ലോ.

രണ്ടക്കങ്ങൾ മാത്രമേ ഉള്ളൂവെങ്കിലോ? ഉദാഹരണമായി, 3, 4 എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ 34 ഉം 43 ഉം ആണല്ലോ.

ഇനി മൂന്നക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള മൂന്നക്കസംഖ്യകൾ ആണെങ്കിലോ? ആകെ 6 സംഖ്യകൾ കിട്ടും.

ഇനി നാല് അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള നാലക്കസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കിക്കൂടെ? അഞ്ചക്കങ്ങളായാലോ?

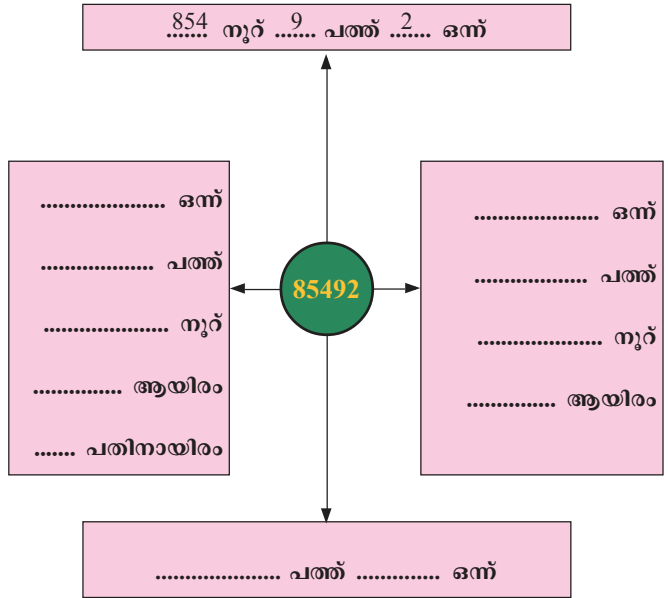
ഒരു സംഖ്യ പലതരം

- 85492 നെ ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ എഴുതാം?

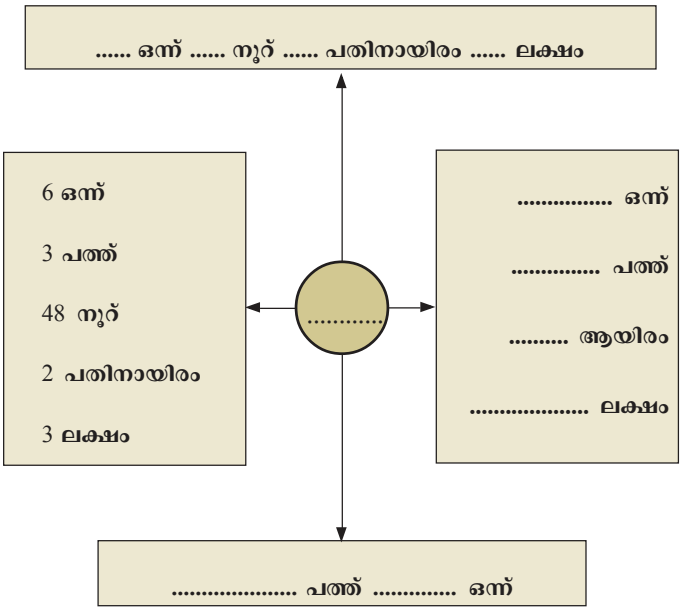
അക്കങ്ങൾകൊണ്ടൊരു കളി

1 2 3 4 5

ഇങ്ങനെ തുടർച്ചയായി അഞ്ചു തവണ അടുത്തടുത്തായി എഴുതുക. ഒരു വലിയ സംഖ്യ കിട്ടിയില്ലേ. ഇതിൽനിന്ന് ഇഷ്ടമുള്ള 10 അക്കങ്ങൾ വെട്ടിക്കളയുക. ബാക്കി വരുന്നവ അതേ ക്രമത്തിൽ ചേർത്തു വെച്ചാൽ 15 അക്കങ്ങളുള്ള ഒരു സംഖ്യ കിട്ടിയില്ലേ? വെട്ടുന്ന അക്കങ്ങൾ മാറുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയും മാറും. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ഏറ്റവും വലിയ 15 അക്ക സംഖ്യ ഏതാണ്?



- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നതിൽ ഒഴിഞ്ഞു കിടക്കുന്ന സ്ഥാനങ്ങളിൽ അനുയോജ്യമായ സംഖ്യകൾ എഴുതുക.



- 136749 നെ പല രീതിയിൽ എഴുതിനോക്കൂ.



ജനസംഖ്യ

2011-ലെ സെൻസസ് അടിസ്ഥാനമാക്കി ഇന്ത്യയിലെ ചില സംസ്ഥാനങ്ങളിലെ ജനസംഖ്യ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു:

സംസ്ഥാനങ്ങൾ	ജനസംഖ്യ
ജമ്മുകാശ്മീർ	12548926
ഹിമാചൽ പ്രദേശ്	6856509
ഉത്തരാഖണ്ഡ്	10116752
ഹരിയാന	25353081
രാജസ്ഥാൻ	68621012
ഉത്തർപ്രദേശ്	199581477
ബീഹാർ	103804637
സിക്കിം	607688
കേരളം	33387677
തമിഴ്നാട്	72138958
കർണാടകം	61130704
ഗോവ	1457723
പഞ്ചാബ്	27704236

- പട്ടികയിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ജനസംഖ്യയുള്ള സംസ്ഥാനം ഏത്? ജനസംഖ്യ എത്ര?
- പട്ടികയിൽ ഏറ്റവും കൂടിയ ജനസംഖ്യയുള്ള സംസ്ഥാനം ഏത്? ജനസംഖ്യ എത്ര?
- ഈ രണ്ടു സംസ്ഥാനങ്ങളിലെ ജനസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയാണ്?
- നമ്മുടെ അയൽസംസ്ഥാനങ്ങളായ തമിഴ്നാട്, കർണാടകം എന്നിവിടങ്ങളിലെ ആകെ ജനസംഖ്യ എത്ര?
- ഉത്തർപ്രദേശിലെ ജനസംഖ്യ, ബീഹാറിലേതിനേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ്?
- പട്ടികയിൽ എഴുതിയിരിക്കുന്ന സംസ്ഥാനങ്ങളെ ജനസംഖ്യയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമപ്പെടുത്തി എഴുതുക.

പട്ടിക വായിച്ച് കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ തയ്യാറാക്കി ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

ഇരുവഴിസംഖ്യകൾ

മുന്നോട്ടും പിന്നോട്ടും ഒരേപോലെ വായിക്കാവുന്ന സംഖ്യകളാണ് ഇരുവഴിസംഖ്യകൾ (Palindromic numbers). ഇവയെ സമമിത സംഖ്യകൾ എന്നും പറയും. ഉദാഹരണമായി 36863

ഏതു സംഖ്യയിൽനിന്നും ഇരുവഴി സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കാമോ? ഇഷ്ടമുള്ള സംഖ്യ എടുക്കുക. അതിനെ തിരിച്ചെഴുതി കൂട്ടുക. ഇങ്ങനെ ഇരുവഴിസംഖ്യ ആകുന്നതുവരെ തുടരുക. 69 +

$$\begin{array}{r}
 69 + \\
 \quad 96 \\
 \hline
 165 \\
 69. \text{ ഇതിനെ തിരിച്ചെഴുതിയാൽ } 96. \\
 \hline
 165 + 96 \\
 \hline
 261 \\
 \text{ഇത് ആദ്യത്തെ സംഖ്യയുമായി കൂട്ടിയാൽ } 69 + 96 \\
 \hline
 165 + 96 \\
 \hline
 261 \\
 \hline
 261 + 96 \\
 \hline
 357 \\
 \hline
 357 + 96 \\
 \hline
 453 \\
 \hline
 453 + 96 \\
 \hline
 549 \\
 \hline
 549 + 96 \\
 \hline
 645 \\
 \hline
 645 + 96 \\
 \hline
 741 \\
 \hline
 741 + 96 \\
 \hline
 837 \\
 \hline
 837 + 96 \\
 \hline
 933
 \end{array}$$

4884 ഇരുവഴിസംഖ്യയല്ലേ? വേറെ സംഖ്യകളെടുത്ത് ഇതുപോലെ ചെയ്തുനോക്കൂ.

ഏതു സംഖ്യയിൽനിന്നും തുടങ്ങിയാലും ഈ ക്രിയ ഇരുവഴി സംഖ്യയിൽ എത്തിച്ചേരുമെന്ന് ഉറപ്പില്ല. ഉദാഹരണമായി, 196 ൽനിന്ന് തുടങ്ങി ഈ ക്രിയ 70 കോടി തവണ ആവർത്തിച്ചിട്ടും ഇരുവഴിസംഖ്യയിൽ എത്തിയിട്ടില്ല.

സംഖ്യകൾ നിർമ്മിക്കാം

സിയാദും മീരയും അക്കക്കാർഡുകൾകൊണ്ട് സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കി കളിക്കുകയാണ്.



എന്നീ കാർഡുകളാണ് രണ്ടു പേർക്കും കിട്ടിയത്.

- ഇവ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ ഏതാണ്?
- ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ ഏതാണ്?
- ഈ സംഖ്യകളുടെ തുകയും വ്യത്യാസവും കണക്കാക്കുക.

അക്കങ്ങളുടെ തുകയും അക്കത്തുകയും

ഒരു സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യയെ അക്കങ്ങളുടെ തുക എന്നാണ് പറയുന്നത്.

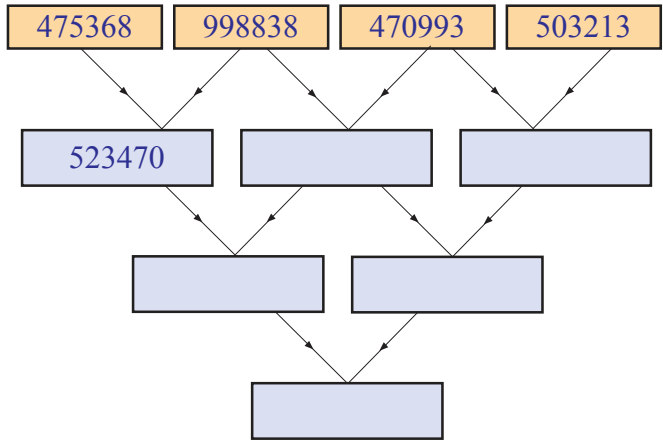
ഉദാഹരണം: $347 \rightarrow 3 + 4 + 7 \rightarrow 14$.

ഈ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുക $1 + 4 = 5$. അതായത്, 347 എന്ന സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 14 ഉം അക്കത്തുക 5 ഉം ആണ്.

9, 18, 27, 36,... എന്ന സംഖ്യാക്രമത്തിലെ സംഖ്യകളുടെ അക്കത്തുകയ്ക്ക് എന്താണ് പ്രത്യേകത?

സംഖ്യാമാല

തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ ആദ്യവരിയിലെ അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ടു കളങ്ങളിലെ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ് അടുത്ത വരിയിലെ കളങ്ങളിൽ എഴുതേണ്ടത്. രണ്ടാമത്തെ വരിയിലെ അടുത്തടുത്ത കളങ്ങളിലെ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ് അതിനടുത്ത വരിയിലെ കളങ്ങളിൽ എഴുതേണ്ടത്. ഈ രീതിയിൽ ഒഴിഞ്ഞ് കിടക്കുന്ന കളങ്ങളിലെ സംഖ്യകൾ എഴുതി നോക്കൂ.



ബജറ്റ്

ഒരു പഞ്ചായത്തിന്റെ ബജറ്റിൽ ചില മേഖലകൾക്കായി നീക്കിവച്ച തുകയുടെ വിവരം ചുവടെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

മേഖല	തുക
ആരോഗ്യം	1255000
വിദ്യാഭ്യാസം	789000
റോഡ് വികസനം	2060000
കുടിവെള്ളം	490000

- ഏറ്റവും കൂടുതൽ തുക നീക്കിവെച്ചിരിക്കുന്നത് ഏത് മേഖലയ്ക്കാണ്?
- ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ തുകയോ?
- വിദ്യാഭ്യാസത്തിനുള്ളതിനേക്കാൾ എത്ര രൂപ കൂടുതലാണ് റോഡ് വികസനത്തിന് നീക്കിവെച്ചിരിക്കുന്നത്?
- എല്ലാ മേഖലകൾക്കും കൂടി നീക്കിവെച്ചിരിക്കുന്നത് ആകെ എത്ര രൂപയാണ്?
- അടുത്ത വർഷത്തേക്ക് ഈ മേഖലകൾക്കായി ഇതിനേക്കാൾ 4 ലക്ഷം രൂപ കൂടുതൽ അനുവദിച്ചിട്ടുണ്ട്. അത് കൂട്ടിച്ചേർത്ത് അടുത്ത വർഷത്തെ ബജറ്റ് രണ്ടുരീതിയിൽ തയ്യാറാക്കുക.

ഗുണനം പലവിധം

ഒരു വിദ്യാലയത്തിൽ ഓണോഘോഷത്തിൽ പങ്കെടുക്കുന്ന മുഴുവൻ കുട്ടികൾക്കും പേന നൽകാൻ തീരുമാനിച്ചു. ഒരു പേനയ്ക്ക് 6 രൂപ. 256 കുട്ടികളുണ്ടെങ്കിൽ പേന വാങ്ങാൻ എത്ര രൂപ വേണ്ടിവരും?

എങ്ങനെ കണക്കാക്കും?

$256 \times 6 = \dots\dots\dots$

ഒരു യു. പി. സ്കൂളിൽ പഞ്ചായത്ത് വക ഫർണിച്ചർ വാങ്ങാൻ ഫണ്ട് വകയിരുത്തി. ഒരു ഡെസ്കിന് 3456 രൂപ ആകുമെങ്കിൽ 85 ഡെസ്കുകൾക്ക് എന്തു ചെലവ് വാകും?

3456×85 ആണല്ലോ കാരണമേ.

ഇത് ചുവടെ കൊടുത്ത രീതിയിൽ എഴുതാം:

$3456 \times 85 = 3456 \times (5 + 80)$
 $= (3456 \times 5) + (3456 \times 80)$

അതായത് $3456 \times 5 = \dots\dots\dots$
 $3456 \times 80 = \dots\dots\dots$

 $3456 \times 85 = \dots\dots\dots$

കാപ്രേക്കർ സ്ഥിരസംഖ്യ

2, 3, 5, 6 എന്നീ അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ ഏതാണ്? ഏറ്റവും ചെറുതോ? അവ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

$6532 - 2356 = 4176$

ഈ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ 4, 1, 7, 6 ആണല്ലോ. ഇവ ഉപയോഗിച്ച് മുകളിൽ ചെയ്തതുപോലെ ചെയ്താൽ $7641 - 1467 = 6174$. ഈ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ മൂന്നു ചെയ്തതുപോലെ ചെയ്തു നോക്കൂ. എന്താണ് കണ്ടെത്തിയത്? മറ്റ് നാല് അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇത് ചെയ്തുനോക്കാമല്ലോ. മഹാരാഷ്ട്രയിലെ അധ്യാപകനായിരുന്ന കാപ്രേക്കർ എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ് ഇതു കണ്ടെത്തിയത്. അതുകൊണ്ട് 6174 എന്ന സംഖ്യ കാപ്രേക്കർ സ്ഥിരസംഖ്യ എന്നപേരിലാണ് അറിയപ്പെടുന്നത്.

ഇനി മറ്റൊരു നാലക്ക സംഖ്യ എഴുതൂ. ഈ സംഖ്യ നേരെ തിരിച്ചെഴുതി വലിയ സംഖ്യയിൽ നിന്നു ചെറിയ സംഖ്യ കുറയ്ക്കുക. ഈ പ്രക്രിയ തുടരൂ. നിങ്ങൾ എന്താണു കണ്ടെത്തിയത്?

ഇത് ഇങ്ങനെ ചുരുക്കി എഴുതാം.....

$$\begin{array}{r}
 3456 \times \\
 85 \\
 \hline
 17280 \\
 276480 \\
 \hline
 \hline
 293760
 \end{array}$$

യൂണിഫോം വിതരണം

ഒരു സ്കൂളിൽ 528 പെൺകുട്ടികളും 443 ആൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. ആൺകുട്ടികളുടെ ഒരു യൂണിഫോമിന് 160 രൂപയും പെൺകുട്ടികളുടെ ഒരു യൂണിഫോമിന് 210 രൂപയും ആകുമെങ്കിൽ സ്കൂളിലെ എല്ലാ കുട്ടികൾക്കുമായി യൂണിഫോമിന് എന്തു ചെലവാകും?

രണ്ടായലും ഒന്ന്

കിസ് മത്സരവിജയികൾക്ക് സമ്മാനം നൽകാനായി രാജീവൻ മാസ്റ്റർ 12 രൂപയുടെ 3 പാക്കറ്റ് ക്രയോൺ വാങ്ങി. മത്സരം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 2 പേർക്കു കൂടി സമ്മാനം കൊടുക്കേണ്ടിവന്നതിനാൽ വീണ്ടും രണ്ടു പാക്കറ്റ് വാങ്ങി. സമ്മാനത്തിനായി ആകെ എത്ര രൂപ ചെലവായി?

ആദ്യം ചെലവായത് = $12 \times 3 = 36$ രൂപ
 വീണ്ടും 2 പാക്കറ്റ് വാങ്ങിയപ്പോൾ
 ചെലവായത് = $12 \times 2 = 24$ രൂപ
 ആകെ = $36 + 24 = 60$ രൂപ

ഇതു തന്നെ മറ്റൊരു രീതിയിലും കാണാം:

ആകെ വാങ്ങിയ പാക്കറ്റുകളുടെ എണ്ണം = $3 + 2 = 5$
 ഒന്നിന്റെ വില = 12
 ആകെ = $12 \times 5 = 60$ രൂപ

ഇതിൽ നിന്നു നിങ്ങൾ എന്തു കണ്ടെത്തി?

$(3 + 2) \times 12 = (3 \times 12) + (2 \times 12)$

ഗുണിച്ചു നോക്കാതെ

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 1 \times 3 \times 4 \times 10.$

ഒന്നു മുതൽ അഞ്ചു വരെ തുടർച്ചയായ സംഖ്യകൾ ഗുണിച്ചാൽ ഗുണനഫലത്തിന്റെ അവസാന അക്കം പൂജ്യമായിരിക്കും.

ഒന്നു മുതൽ പത്തു വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ ഗുണിച്ചാലോ? ഗുണനഫലത്തിന്റെ അവസാനത്തെ എത്ര അക്കങ്ങൾ പൂജ്യമായിരിക്കും? ഗുണിച്ച് നോക്കാതെ പറയാമോ?

സംഖ്യാബന്ധം

തുടർച്ചയായ 4 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തോട് ഒന്ന് കൂട്ടുക.

ഈ സംഖ്യകളിൽ ചെറിയ സംഖ്യയും വലിയ സംഖ്യയും ഗുണിച്ച് കിട്ടുന്നതിനോട് ഒന്ന് കൂട്ടുക.

ഇങ്ങനെ കിട്ടിയ സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം? കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ നിങ്ങളുടെ നിഗമനം കണ്ടെത്തൂ.

മനക്കണക്കായി ചെയ്യാം

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ മനക്കണക്കായി കണ്ടെത്തുക.

$$225 \times 98 + 225 \times 2$$

$$45 \times 92 + 45 \times 8$$

$$115 \times 88 + 115 \times 12$$

$$132 \times 7 + 132 \times 993$$



- ഒരു വിദ്യാഭ്യാസ ജില്ലയിലെ 215 വിദ്യാലയങ്ങളിൽ ഗണിതലാബ് സജ്ജീകരിക്കുന്നതിനായി ജില്ലാപഞ്ചായത്ത് ഓരോ വിദ്യാലയത്തിനും 4850 രൂപ വീതം അനുവദിച്ചു. 36 വിദ്യാലയങ്ങളിൽ കമ്പ്യൂട്ടർ ലാബ് സജ്ജീകരിക്കുന്നതിന് 76500 രൂപ വീതവും അനുവദിച്ചു. എങ്കിൽ ലാബുകളുടെ സജ്ജീകരണത്തിനായി പഞ്ചായത്ത് ആകെ എത്ര തുക നീക്കിവച്ചു?
- സ്കൂൾ ഉച്ചഭക്ഷണ പദ്ധതിയിൽ ഒരു കുട്ടിക്ക് ഒരു ദിവസത്തേക്ക് വേണ്ടിവരുന്നത് 150 ഗ്രാം അരിയാണ്. ഉച്ചഭക്ഷണ പദ്ധതിയിൻ കീഴിൽ 1240 കുട്ടികൾ ഉണ്ട്. ഒരു ദിവസത്തേക്ക് ഇവർക്ക് ആകെ എത്ര കിലോഗ്രാം അരി വേണ്ടിവരും?
- ഒരു യു. പി. സ്കൂളിൽ കമ്പ്യൂട്ടർ ലാബ് നിർമ്മാണത്തിനായി പി. ടി. എ. 236465 രൂപ ശേഖരിച്ചു. ശേഖരിച്ച തുകയിൽ 1000 രൂപ, 500 രൂപ, 100 രൂപ, 50 രൂപ, 10 രൂപ, 5 രൂപ നോട്ടുകളാണ് ഉള്ളത്. 1000 രൂപാനോട്ടുകളുടെ എണ്ണം 100. മറ്റു നോട്ടുകൾ ഓരോന്നും എത്രയൊക്കെ ആവാം? ഏതെങ്കിലും മൂന്നു രീതികളിൽ എഴുതുക.
- വായനവാരം പ്രമാണിച്ച് സംസ്ഥാനത്തെ തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ട 587 ഗ്രന്ഥാലയങ്ങൾക്കായി 1221 പുസ്തകങ്ങൾ വീതം നൽകാൻ തീരുമാനമായി. എങ്കിൽ പദ്ധതിക്കുവേണ്ടി ആകെ എത്ര പുസ്തകങ്ങൾ വാങ്ങേണ്ടിവരും?
- രണ്ട് സ്ഥാനാർഥികൾ മാത്രം മത്സരിച്ച ഒരു തിരഞ്ഞെടുപ്പിൽ വിജയിയായ സ്ഥാനാർഥിക്ക് 374436 വോട്ടും എതിർ സ്ഥാനാർഥിക്ക് 293760 വോട്ടും ലഭിച്ചു. 1436 വോട്ടുകൾ അസാധുവായി. എങ്കിൽ ജയിച്ച സ്ഥാനാർഥിയുടെ ഭൂരിപക്ഷം എത്രയാണ്? അവിടെ ആകെ എത്രപേരാണ് വോട്ട് ചെയ്തത്?



പ്രോജക്ട്

ഒരു നാലക്കസംഖ്യ എഴുതി അത് തിരിച്ചെഴുതുക. വലുതിൽ നിന്ന് ചെറുത് കുറയ്ക്കുക. കിട്ടുന്ന സംഖ്യയുടെ അക്കത്തുകയ്ക്ക് എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകതയുണ്ടോ?

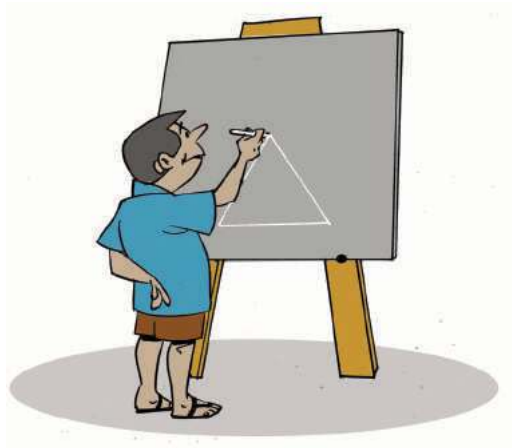


തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> ലക്ഷ്യം, പത്തുലക്ഷ്യം, കോടി തുടങ്ങിയ വലിയ സംഖ്യകളെ അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം അടിസ്ഥാനമാക്കി വായിക്കാനും എഴുതാനും കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> സംഖ്യകളിൽ ഓരോ സ്ഥാനം ഇടത്തോട്ട് പോകും തോറും സ്ഥാനവില 10 മടങ്ങാകുന്നു എന്നു വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഏതു സംഖ്യയെയും സന്ദർഭത്തിനനുസരിച്ച് ഒന്നുകൾ, പത്തുകൾ, നൂറുകൾ, ആയിരങ്ങൾ,... എന്നിങ്ങനെയുള്ള കൂട്ടങ്ങളാക്കാൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഒരു സംഖ്യയെ മൂന്നക്ക സംഖ്യകൾകൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യമായ മാർഗം കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഗുണനത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത മാർഗങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> വലിയസംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ, ചതുഷ്ക്രിയകളുടെ സഹായത്തോടെ പരിഹരിക്കുന്നു. 			

2

വരകൾ ചേരുമ്പോൾ



ചരിഞ്ഞ ഗോപുരം

ഇറ്റലിയിലെ പിസാ നഗരത്തിലുള്ള ഗോപുരം ആണ് ചിത്രത്തിലുള്ളത്. പിസയിലെ ചരിഞ്ഞ ഗോപുരം (Leaning Tower of Pisa) എന്ന പേരിൽ ഇത് പ്രസിദ്ധമാണ്.



ഗോപുരം അൽപ്പാൽപ്പം ചരിഞ്ഞു കൊണ്ടിരിക്കുന്നതായി പിന്നീട് കണ്ടെത്തി. ഗോപുരത്തെ ശരിക്കും നിവർത്തി കുത്തനെ ആക്കാമായിരുന്നെങ്കിലും വിനോദസഞ്ചാരികളെ ആകർഷിക്കുന്നത് ഗോപുരത്തിന്റെ ചരിവായതിനാൽ അത് അങ്ങനെ നിലനിർത്താനായിരുന്നു തീരുമാനം.

ഫോട്ടോയിലെ കൗതുകം

മാജു വേനലവധിയിൽ വിനോദയാത്രയ്ക്ക് പോയ പ്ലേൾ എടുത്ത ഫോട്ടോകൾ ക്ലാസിൽ കൊണ്ടുവന്നു. ഇവയിൽ ചില ഫോട്ടോകൾ കുറച്ചു നേരം നോക്കിയിട്ട് അപ്പു പറഞ്ഞു: “ഈ ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം ചില പ്രത്യേകതകൾ ഉണ്ട്”.

അപ്പു നോക്കിയ ഫോട്ടോകളാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.



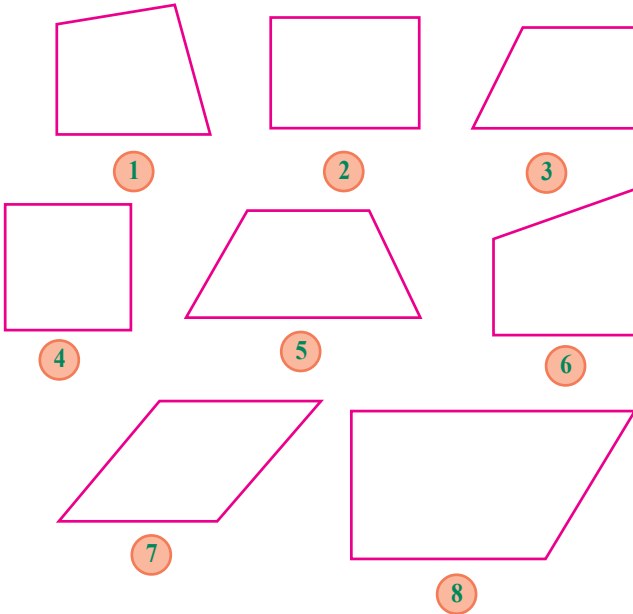
"അതെന്താണ്?" എല്ലാവരും ഫോട്ടോകൾ മാറിമാറി നോക്കി.

അവസാനം അപ്പു തന്നെ പറഞ്ഞു: “ഈ ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം ചില വസ്തുക്കൾ കുത്തനെയാണ്, മറ്റു ചിലത് അൽപ്പം ചരിഞ്ഞവയും.”

ഫോട്ടോകൾ നിങ്ങളും കണ്ടല്ലോ.

നാലു വശങ്ങൾ

നാലു വശങ്ങളുള്ള ചില രൂപങ്ങളാണ് (ചതുർഭുജങ്ങൾ) ചുവടെ വരച്ചിട്ടുള്ളത്.

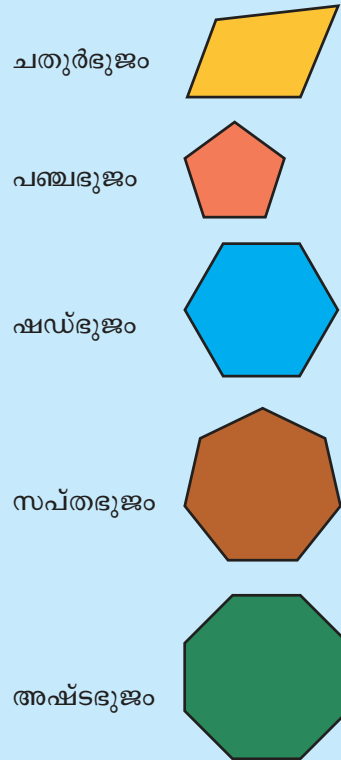


ഈ ചിത്രങ്ങളിൽ താഴത്തെ വരയിൽനിന്ന് കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ട് വരച്ച വരകളും ചരിച്ചുവരച്ച വരകളും കാണാം. ഉദാഹരണമായി, ഒന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ ഇടത്തേവര താഴത്തെ വരയിൽനിന്നു കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടാണ് വരച്ചത്; വലത്തേ വര അൽപം ചരിഞ്ഞും. ഇതുപോലെ മറ്റു ചിത്രങ്ങളിലുള്ളവ കണ്ടെത്തി പട്ടികയാക്കൂ.

ചിത്രം	കുത്തനെയുള്ള വര	ചരിഞ്ഞിരിക്കുന്ന വര
1	ഇടത്തേ വര	വലത്തേ വര
2		
3		
4		
5		ഇടത്തേ വര, വലത്തേ വര
6		
7		
8		

ബഹുഭുജങ്ങൾ

വശങ്ങളുടെ എണ്ണമനുസരിച്ചാണ് ജ്യോമിതീയരൂപങ്ങൾക്കു പേരിട്ടിരിക്കുന്നത്. നാലു വശങ്ങൾ ഉള്ളത് ചതുർഭുജം, അഞ്ചു വശങ്ങളുള്ളതിനെ പഞ്ചഭുജം, ആറു വശങ്ങളുള്ളതിനെ ഷഡ്ഭുജം എന്നിങ്ങനെ.

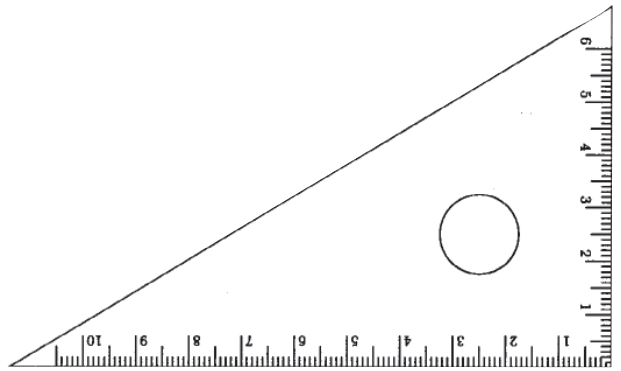
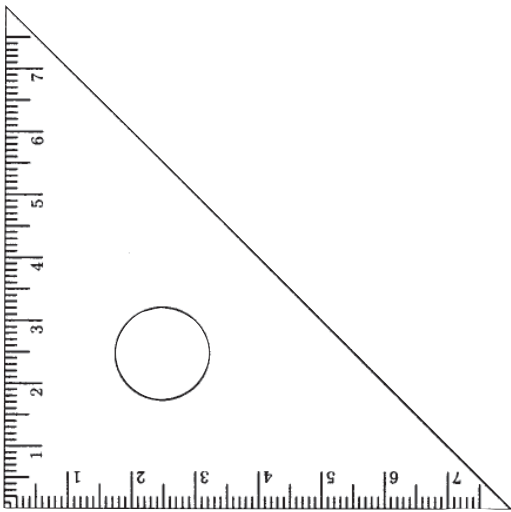


സംസ്കൃതഭാഷയിൽ നാല്, അഞ്ച്, ആറ്, ഏഴ്, എട്ട് എന്നീ സംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ശബ്ദങ്ങളാണ് ചതുർ, പഞ്ച, ഷഡ്, സപ്ത, അഷ്ട എന്നിവ. ഭുജം എന്നാൽ കൈ, ശാഖ എന്നെല്ലാമാണ് അർത്ഥം.

മട്ടസൂത്രം

രാമേശൻ ഒരു മരപ്പലകയിൽനിന്ന് ചതുരാകൃതിയിലുള്ള മരക്കഷണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ ശ്രമിക്കുകയാണ്. ഒരു വശം മറ്റേ വശത്തിന് കുത്തനെയാക്കുന്നതിന് രാമേശൻ ഉപയോഗിച്ച ഉപകരണം കണ്ടുവല്ലോ.

ഇതിനെ മട്ടം എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്. നമ്മുടെ ജ്യോമിതിപ്പെട്ടിയിലും രണ്ടു മട്ടങ്ങൾ (Set Squares) ഉണ്ട്.



ഇവയുടെ ഉപയോഗം എന്താക്കെയാണ്?

മട്ടം വച്ച് നോക്കാം

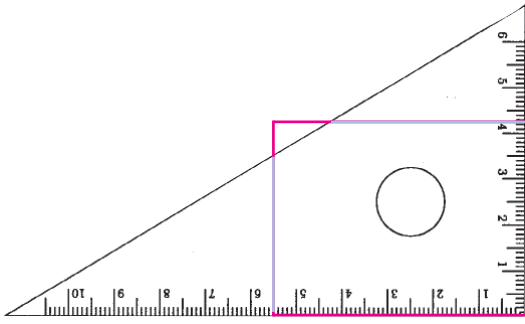
ചുവടെ വരച്ച ചതുർഭുജം നോക്കൂ.



ഇവിടെ ഇടത്, വലത് വരകൾ താഴെയുള്ള വരയ്ക്കു കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടാണോ?

അൽപ്പം സംശയം ഉണ്ട്, അല്ലേ?

ഒരു മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് പരിശോധിച്ചുനോക്കാം.



വലത്തേ വര അല്പം ചരിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

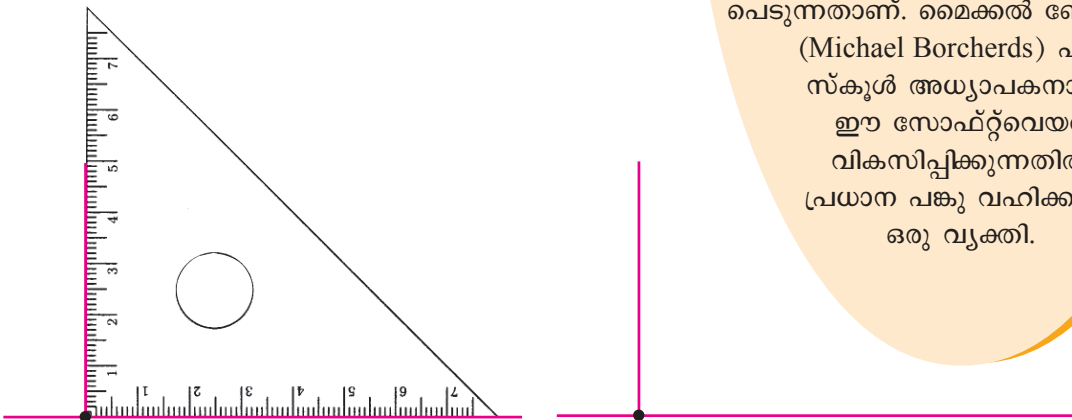
വരച്ചുനോക്കാം

ഒരു വര വരച്ച് അതിൽ ഒരു കുത്ത (ബിന്ദു) ഇട്ടതിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.



ഈ വരയ്ക്കു കുത്തനെയായി മറ്റൊരു വര വരയ്ക്കണം. അത് ഈ കുത്തിലൂടെയാകുകയും വേണം.

ഇതിനും ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടം ഉപയോഗിക്കാം.



ഇപ്പോൾ വരച്ച വര ആദ്യത്തെ വരയിൽനിന്നും കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടാണ്.

മട്ടത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിൽ ഒരു മൂല ഉപയോഗിച്ചാണല്ലോ ഇവിടെ കുത്തനെയുള്ള വര വരച്ചത്. മട്ടത്തിന്റെ മറ്റു മൂലകളിൽ നിന്ന് ഈ മൂലയ്ക്ക് ഒരു പ്രത്യേകത ഉണ്ട്. ഇവിടെ മട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന് (വക്ക്) കുത്തനെയാണ് തൊട്ടടുത്ത വശം. ഈ വശങ്ങൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന മൂലയെ 'മട്ടമൂല' എന്നു പറയുന്നു.



ജിയോജിബ്ര

സ്കൂൾ തലം മുതൽ ഗണിതപഠനത്തിന് ഏറെ സഹായകമായ ഒരു സോഫ്റ്റ്‌വെയറാണ് ജിയോജിബ്ര.

വിവിധ ഓപ്പറേറ്റിങ് സിസ്റ്റങ്ങളിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന തരത്തിൽ ഈ സോഫ്റ്റ്‌വെയർ ലഭ്യമാണ്. ഗ്നു/ലിനക്സിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന "Geogebra 4" ആണ് നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ആസ്ട്രിയയിലുള്ള സാൽസ്ബർഗ് യൂണിവേഴ്സിറ്റിയിലെ അധ്യാപകനായിരുന്ന മർകസ് ഹോവൻ വാർടർ 2001-ൽ രൂപപ്പെടുത്തിയതും ഇപ്പോഴും മെച്ചപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നതുമായ ഒരു ഗണിതപഠന സോഫ്റ്റ് വെയറാണ് ജിയോജിബ്ര. ഇത് പൂർണ്ണമായും സ്വതന്ത്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയർ ഗണത്തിൽ പെടുന്നതാണ്. മൈക്കൽ ബോർച്ചാഡ് (Michael Borcherds) എന്ന സ്കൂൾ അധ്യാപകനാണ് ഈ സോഫ്റ്റ്‌വെയർ വികസിപ്പിക്കുന്നതിൽ പ്രധാന പങ്കു വഹിക്കുന്ന ഒരു വ്യക്തി.

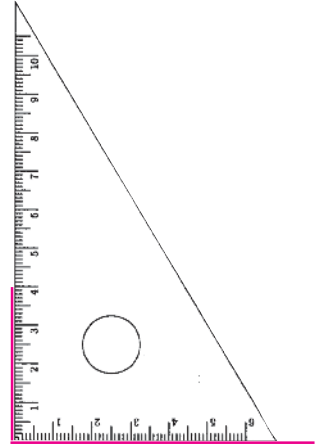
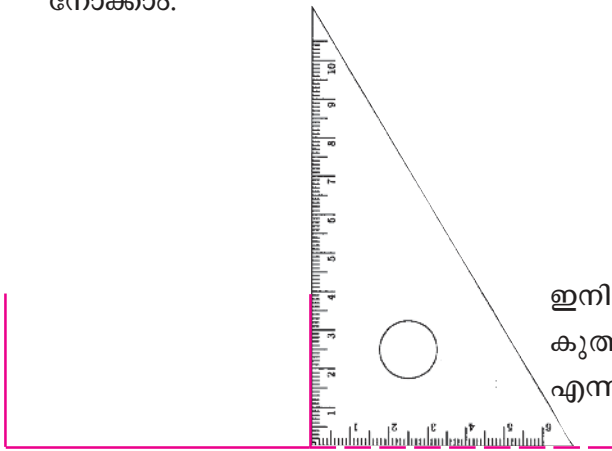
ഇനി ഇതുപോലൊരു ചിത്രം നോട്ടുപുസ്തകത്തിൽ വരച്ചുനോക്കൂ.

ഒരു വര വരയ്ക്കുക. വരയ്ക്ക് കുത്തനെയായി രണ്ടു വരകൾ വരയ്ക്കുക.

ഒരു വരയ്ക്ക് കുത്തനെ എത്ര വരകൾ വരയ്ക്കാം?

ഒരു വരയുടെ അറ്റത്തുള്ള ബിന്ദുവിലൂടെ വരയ്ക്ക് കുത്തനെയുള്ള വര എങ്ങനെ വരയ്ക്കും?

ആദ്യം നമുക്ക് വരയുടെ ഇടത്തേ അറ്റത്തുള്ള ബിന്ദുവിലൂടെ കുത്തനെയുള്ള വര എങ്ങനെ വരയ്ക്കും എന്നു നോക്കാം.



ഇനി വലത്തേ അറ്റത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽനിന്ന് കുത്തനെയുള്ള വര എങ്ങനെ വരയ്ക്കാം എന്നു നോക്കാം.

ആദ്യവര അൽപ്പം നീട്ടി വരച്ചതിന്റെ ആവശ്യം മനസ്സിലായല്ലോ.



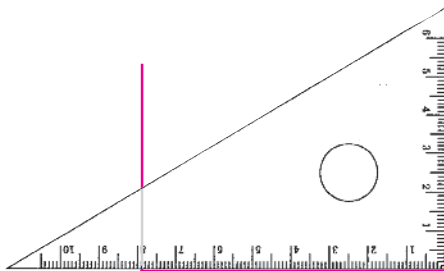
Polygon Tool

Application → Education → Geogebra എന്ന ക്രമത്തിൽ ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറക്കുക. Tools → polygon tools → polygon എന്ന ക്രമത്തിൽ എടുക്കുക.

പ്രതലത്തിൽ നാലു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒടുവിൽ ആദ്യ ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ചതുർഭുജം കിട്ടും. ഈ രീതിയിൽ വൃത്യസ്ത ചതുർഭുജങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക.

Tool bar ൽനിന്ന് Move tool എടുക്കുക. ചതുർഭുജങ്ങളുടെ മൂലയിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഇടത്, വലത് വരകൾ താഴത്തെ വരയ്ക്ക് കുത്തനെയാക്കുക.

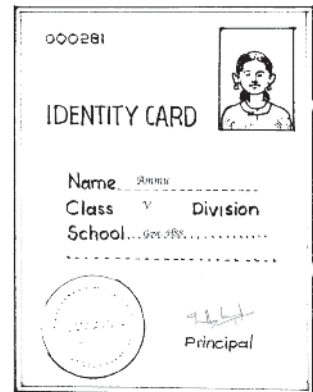
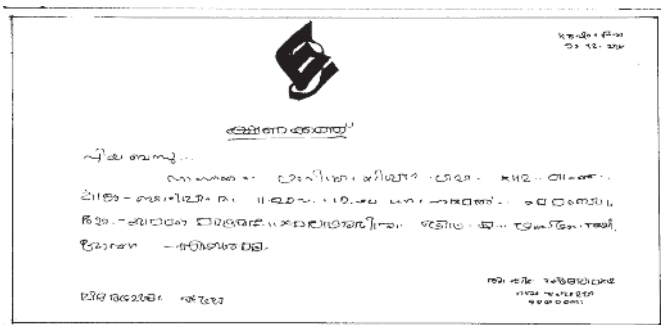
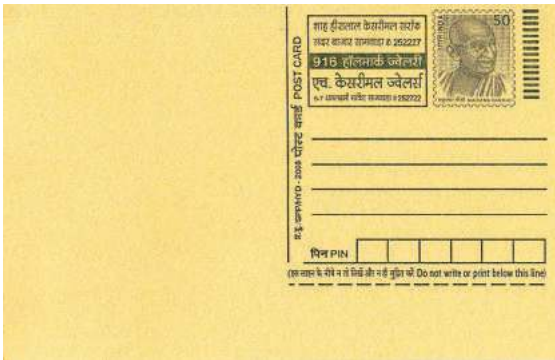
ഇപ്പോൾ വരച്ച വര മറ്റൊരു രീതിയിലും വരയ്ക്കാം.



വരച്ചുനോക്കാം

- 6 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഈ വരയുടെ ഇടത്തേ അറ്റത്തെ ബിന്ദുവിൽനിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരത്തിൽ കുത്തനെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക. വലത്തേ അറ്റത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 4 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരത്തിൽ കുത്തനെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ വരച്ച വരകളുടെ രണ്ടറ്റങ്ങളും യോജിപ്പിച്ച് വരയ്ക്കുക.
- 7 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വര വരച്ച് രണ്ടറ്റങ്ങളിലും വരയ്ക്ക് കുത്തനെ 4 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരമുള്ള വരകൾ വരയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ വരച്ച വരകളുടെ രണ്ടറ്റങ്ങളും യോജിപ്പിച്ച് വരയ്ക്കുക. ഈ വരയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. ഇപ്പോൾ വരച്ച ചിത്രം നോക്കൂ. ഈ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്രയാണ്?

ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ചില വസ്തുക്കളുടെ ചിത്രങ്ങൾ ആണ് ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.

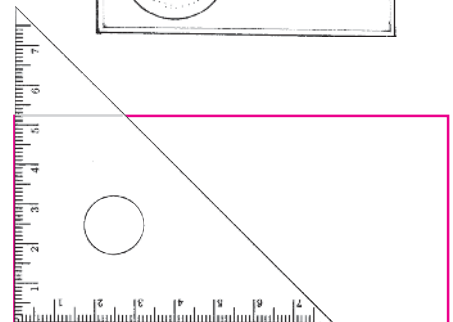


ഇത്തരം വസ്തുക്കളുടെ വശങ്ങൾ അളന്നുനോക്കൂ.

ചതുരങ്ങളുടെ എതിർവശങ്ങളുടെ നീളം തുല്യമല്ലേ?

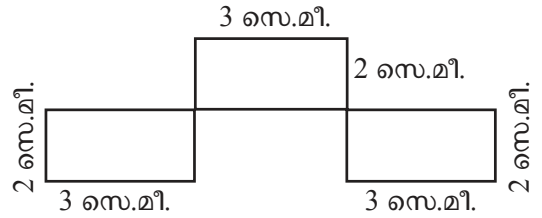
മൂലകളെ കുറിച്ച് എന്തു പറയാം?

ചതുരത്തിന്റെ മൂലകൾ മട്ടമാണ് എന്നു പറയാം.



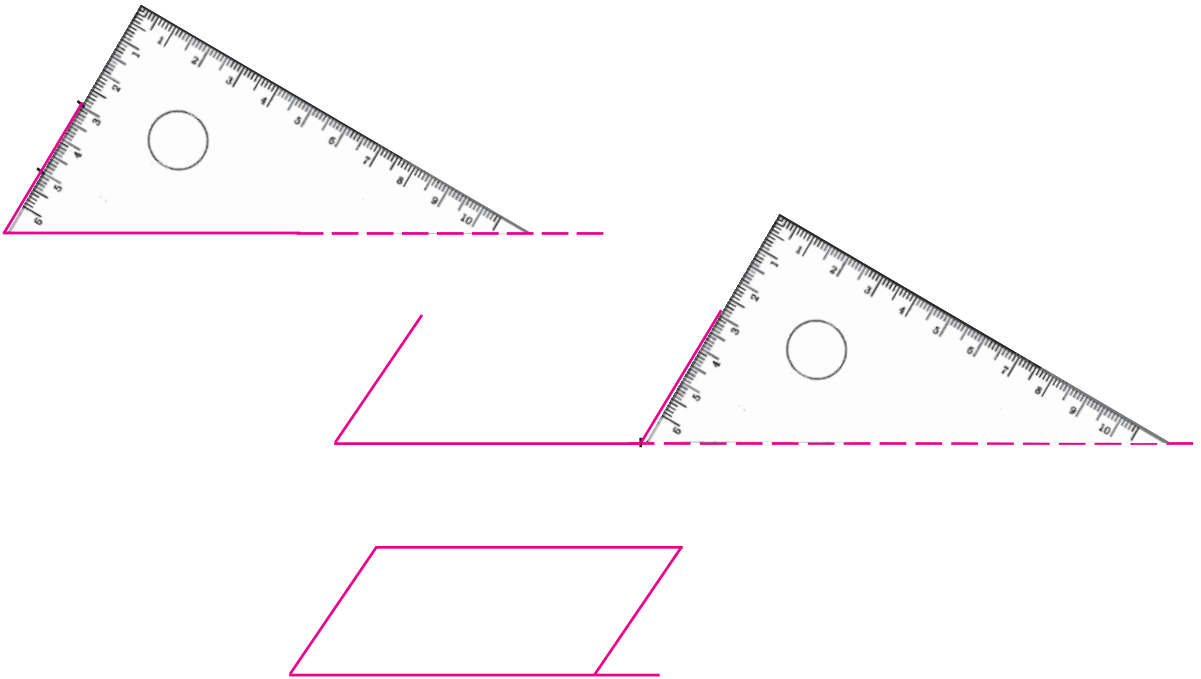
ചതുരം വരയ്ക്കാം

- അടുത്തടുത്ത വശങ്ങളുടെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്റർ, 5 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക.
- വശങ്ങൾ എല്ലാം 5 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക.
- മട്ടവും സ്കെയിലും ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ഒരു ചിത്രം കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇതേ അളവിൽ ഈ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

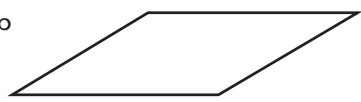


ചതുരം ചരിഞ്ഞാൽ

മട്ടങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് അമ്മു കുറേ ചതുരങ്ങൾ വരച്ചു. അപ്പോഴൊരു കൃത്യത തോന്നി. മട്ടത്തിലെ മറ്റൊരു മൂല ഉപയോഗിച്ച് വരച്ചാലോ? ഇങ്ങനെ അമ്മു വരച്ച ചിത്രം നോക്കൂ.



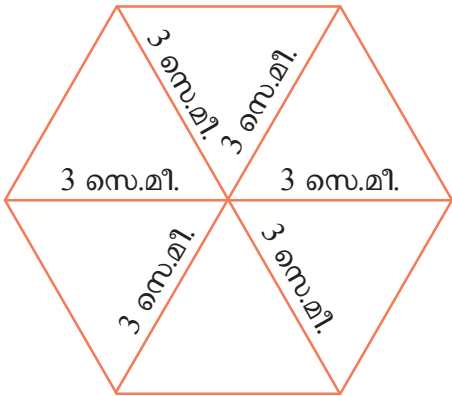
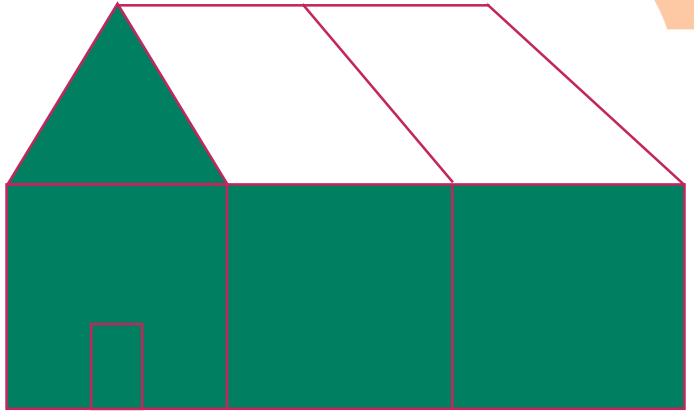
ഈ ചിത്രം കണ്ട റഹീം മട്ടത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ മൂല മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ചിത്രം നോക്കൂ.



ഈ രണ്ടു ചിത്രങ്ങളിലും ഇടത്, വലത് വശത്തെ വരകൾ ചരിഞ്ഞിട്ടാണ്. രണ്ടിലും ചരിവ് ഒരേ പോലെയാണോ?

പുതിയ രൂപങ്ങൾ

- ജ്യോമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടങ്ങളുടെ പല മൂലകൾ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ഒരു ചിത്രമാണ് കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്. ഈ ചിത്രം നോട്ട്പുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കുക.

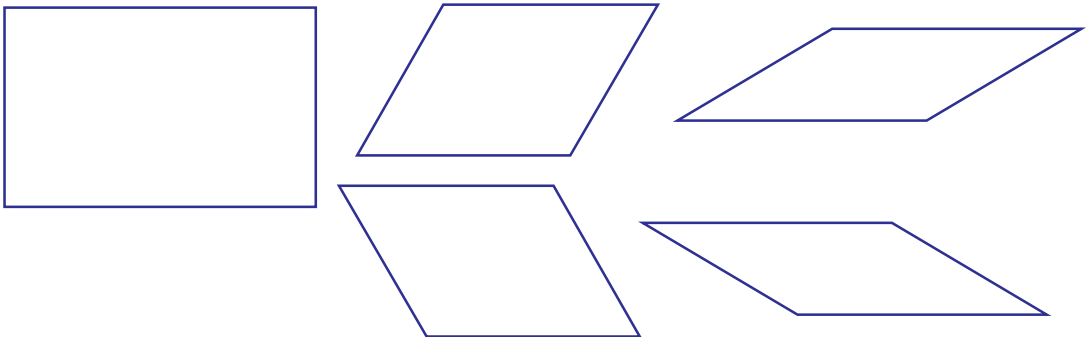


- റഹീം നോട്ട്പുസ്തകത്തിൽ ഒരു കുത്തിട്ട തിനു ശേഷം, ആ കുത്തിന് ചുറ്റും മട്ടത്തിലെ ഒരു മൂല മാത്രം മാറ്റി വച്ച് ഇങ്ങനെയൊരു ചിത്രം വരച്ചു. ഇതിന് എത്ര വശങ്ങളുണ്ട്? ഈ ചിത്രം നിങ്ങൾക്കും വരയ്ക്കാമല്ലോ. ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ.

- മട്ടത്തിലെ മറ്റു മൂലകൾ ഇതുപോലെ ഒരു കുത്തിന് ചുറ്റും തുടർച്ചയായി വച്ച് വരച്ചുനോക്കൂ. ഓരോ ചിത്രത്തിലും എത്ര വശങ്ങളുണ്ടെന്ന് നോക്കൂ.

കുത്തനെയും ചരിഞ്ഞും

ജ്യോമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടങ്ങളുടെ പലപല മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച രൂപങ്ങളാണ് ചുവടെ ഉള്ളത്.



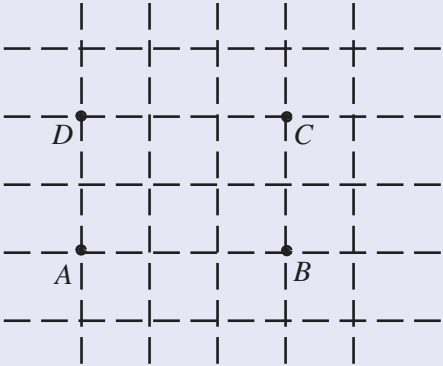
ഇവയുടെ വശങ്ങളെല്ലാം അളന്നെഴുതുക. എതിർവശങ്ങൾ തമ്മിലെന്താണ് ബന്ധം?

KT-131 / 5-Maths 5 (M)Vol - 1



ചതുരങ്ങൾ കമ്പ്യൂട്ടറിൽ

തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളുള്ള ചതുരങ്ങൾ ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ച് എങ്ങനെ വരയ്ക്കാമെന്ന് നോക്കാം. ഉദാഹരണമായി, നീളം 3, വീതി 2 വരുന്ന ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ.



New point ഉപയോഗിച്ച് ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ A, B, C, D എന്നിങ്ങനെ നാല് ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. D യിൽ എത്തിയ ശേഷം വീണ്ടും A യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യണം. ഇപ്പോൾ ഒരു ചതുരം ലഭിക്കും. Distance ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് വശങ്ങളുടെ നീളം പ്രദർശിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്. Move ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് വശങ്ങളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തുകൊണ്ട് വലിച്ചാൽ വശങ്ങളുടെ നീളം വ്യത്യാസപ്പെടുത്താം.

എല്ലാ ചിത്രങ്ങളും ഒരേപോലെയാണോ? എന്തൊക്കെയാണ് വ്യത്യാസങ്ങൾ? ചതുരത്തിൽ ഇടത്തും വലത്തുമുള്ള വരകൾ താഴത്തെ വരയിൽ നിന്നു കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടാണ്.

മറ്റു ചിത്രങ്ങളിൽ ഈ വരകൾ അൽപ്പം ചരിഞ്ഞിട്ടാണ്. എന്നാൽ എല്ലാ ചിത്രങ്ങളിലും ഈ ചരിവ് ഒരുപോലെയാണോ?

എല്ലാ ചിത്രങ്ങളിലും നാലു മൂലകൾ ഉണ്ട്. രണ്ടു വശങ്ങൾ ചേരുമ്പോഴാണല്ലോ ഒരു മൂല ഉണ്ടാവുന്നത്.

രണ്ടു വരകൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടിച്ചേരുമ്പോൾ ഒരു കോൺ (Angle) ഉണ്ടാവുന്നു എന്നാണ് കണക്കിന്റെ ഭാഷ.

അപ്പോൾ നേരത്തേ വരച്ച ചിത്രങ്ങളിൽ വ്യത്യസ്ത കോണുകളാണ് ഉള്ളത് എന്നു പറയാം.

ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരങ്ങളിലെ കോണുകൾ നോക്കൂ.



കുത്തനെയുള്ള വരകൾ മാത്രം ഉപയോഗിച്ചെഴുതാവുന്ന എത്ര അക്ഷരങ്ങളുണ്ട്?

മറ്റുള്ളവ കണ്ടെത്തുക. ഓരോന്നിലും എത്ര കോണുകൾ വീതമുണ്ട്?

നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ് മുറിയിലും വീട്ടിലും പരിസരത്തും പല തരത്തിലുള്ള കോണുകൾ കാണാമല്ലോ. അവ കണ്ടെത്തി നോട്ട്‌പുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കുക.

വാക്കും പൊരുളും

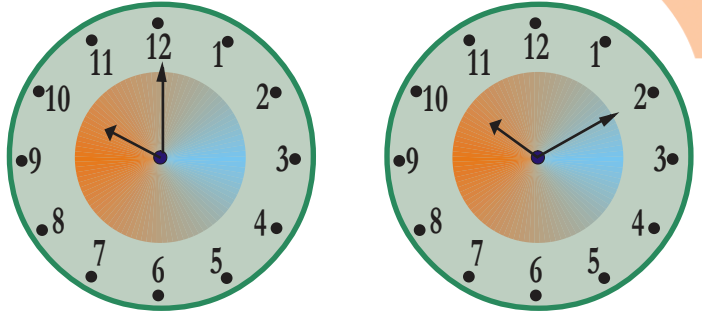
ഇംഗ്ലീഷിൽ കോണിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന Angle എന്ന വാക്ക്, ഗ്രീക്ക് ഭാഷയിലെ ആങ്കിലോസ് എന്ന പദത്തിൽനിന്നാണ് വന്നത്. വളഞ്ഞത്, നേരെയല്ലാത്തത് എന്നെല്ലാമാണ് ഇതിന്റെ അർത്ഥം.

ഇംഗ്ലീഷിൽത്തന്നെ, കാലും പാദവും ചേരുന്ന ഭാഗത്തിന് Ankle എന്നാണ് പറയുന്നത്.



വിടരുന്ന കോണുകൾ

വ്യത്യസ്ത സമയങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന രണ്ടു ക്ലോക്കുകളുടെ ചിത്രം നോക്കൂ.



ക്ലോക്കിലെ സൂചികൾ തമ്മിൽ ഒരു കോൺ ഉണ്ടാകുന്നുണ്ടല്ലോ.

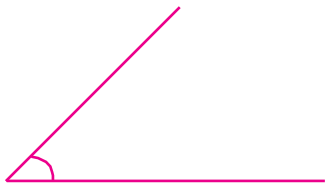
രണ്ട് ക്ലോക്കിലെയും സൂചികൾക്കിടയിലെ വിരിവ് ഒരേ പോലെയാണോ?

രണ്ടാമത്തെ ക്ലോക്കിൽ സൂചികൾ തമ്മിലുള്ള വിരിവ് അല്പം കൂടിയിട്ടുണ്ട്. അതായത് കോൺ അല്പം വലുതായി എന്നു പറയാം. ഇപ്പോൾ സമയം 10.10 ആണല്ലോ.

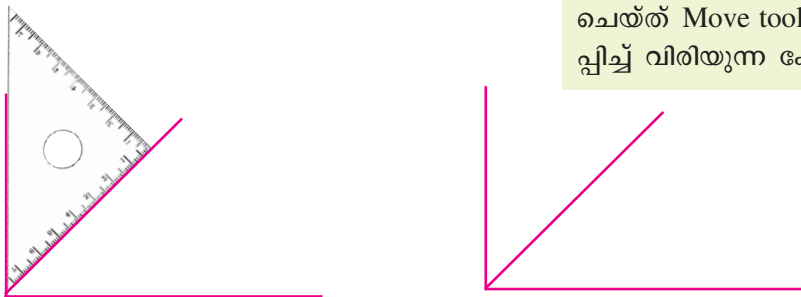
സമയം 10.15 ആകുമ്പോഴോ?

മട്ടങ്ങൾ ചേരുമ്പോൾ

മട്ടത്തിന്റെ ഒരു മൂല ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ഒരു കോൺ നോക്കൂ.



മട്ടത്തിന്റെ ഇതേ മൂല കോണിന്റെ ഒരു അറുകിനോട് (വശത്തോട്) ചേർത്തുവെച്ച് മറ്റൊരു കോൺ വരയ്ക്കാം.

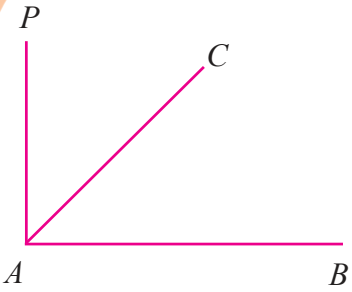


ഇപ്പോൾ ചിത്രത്തിൽ എത്ര കോണുകളുണ്ട്? രണ്ടോ മൂന്നോ?



വിരിയുന്ന കോൺ

കോണിന്റെ വിരിവ് മാറ്റാൻ കഴിയുന്ന രീതിയിൽ ഒരു ചിത്രം ജിയോജിബ്രയിൽ വരയ്ക്കാം. ഇതിനായി Circle with centre through point ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം A എന്ന ബിന്ദുവും വൃത്തം കടന്നുപോകുന്ന ബിന്ദു B യുമാണ്. വൃത്തത്തിൽ മറ്റു രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ C, D എന്നിവ അടയാളപ്പെടുത്തുക. Segment between two points ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുക. ഇതുപോലെ A, D എന്നിവയും യോജിപ്പിക്കണം. ഇനി വൃത്തം, ബിന്ദു A , ബിന്ദു B ഇവ മറയ്ക്കാം. വൃത്തം മറയ്ക്കുന്നതിനായി Pointer വൃത്തത്തിൽ കൊണ്ടുവന്ന് right click ചെയ്ത ശേഷം Show / Hide എന്നതിനു നേരെയുള്ള മാർക്ക് കളയുക. ഇതുപോലെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളും മറയ്ക്കാം. തുടർന്ന് D യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് Move tool ഉപയോഗിച്ച് ചലിപ്പിച്ച് വിരിയുന്ന കോൺ നിർമ്മിക്കാം.

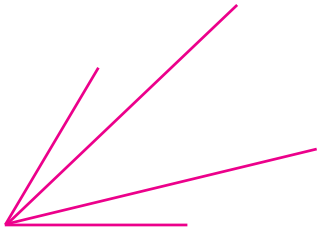


ഈ മൂന്നു കോണുകളെയും വേർതിരിച്ചു പറയാൻ നമുക്ക് കോണുകൾക്ക് പേരിടാം.

ആദ്യം വരച്ച കോണിനെ കോൺ CAB എന്നോ കോൺ BAC എന്നോ പറയാം. രണ്ടാമത് വരച്ച കോണാണ് PAC . കോണിനെക്കുറിച്ചാണ് പറയുന്നതെങ്കിൽ \angle എന്ന ചിഹ്നമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. അപ്പോൾ ആദ്യം വരച്ചത് $\angle CAB$, വായിക്കുന്നത് കോൺ CAB , രണ്ടാമത് വരച്ചത് $\angle PAC$. മൂന്നാമത്തെ കോണിന്റെ പേരെന്താണ്?

ഈ മൂന്നു കോണുകളിൽ ഏറ്റവും വലിയ കോൺ ഏതാണ്? ഏറ്റവും ചെറിയ കോണോ?

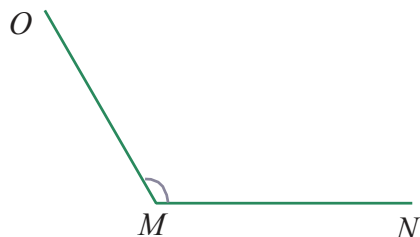
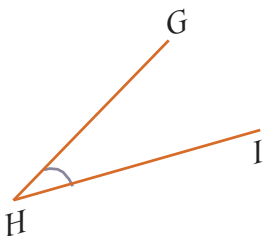
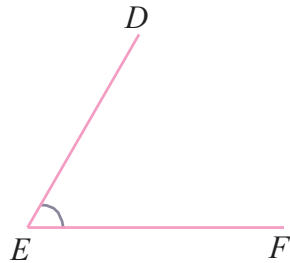
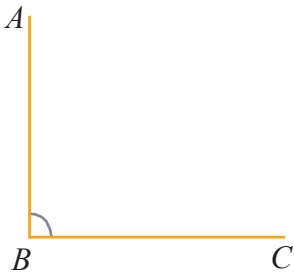
മട്ടത്തിന്റെ രണ്ടു വ്യത്യസ്ത മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച കോണുകളാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നത്.



ഒന്നാമത്തെ കോണിനെ ചിത്രത്തിലേതു പോലെ രണ്ടാമത്തെ കോണിനുള്ളിൽ വയ്ക്കാം.

ഇപ്പോൾ ഒരു കാര്യം പറയാം - ഒന്നാമത്തെ കോൺ രണ്ടാമത്തെ കോണിനേക്കാൾ ചെറുതാണ്.

മട്ടത്തിന്റെ മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച കോണുകളാണ് ചുവടെ കാണുന്നത്.



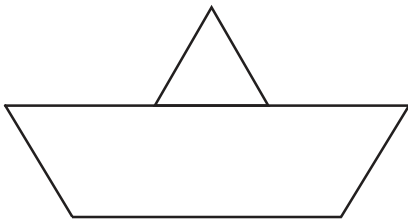
ഇവയിൽ ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ ഏതാണ്?

ഏറ്റവും വലിയ കോണോ?

കോണുകളെ അവയുടെ വലുപ്പത്തിനനുസരിച്ച് ക്രമീകരിച്ചെഴുതുക.



- ചിത്രത്തിൽ എത്ര കോണുകളുണ്ട്?



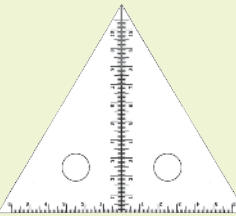
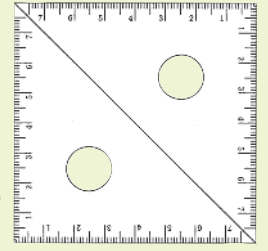
- ഒരു വീടിന്റെ തറയുടെ ചിത്രമാണ് (പ്ലാൻ) വരച്ചിരിക്കുന്നത്.

2 മീറ്റർ നീളത്തിന് 1 സെന്റിമീറ്റർ എന്ന കണക്കനുസരിച്ചാണ് ഇതു വരച്ചിരിക്കുന്നത്.

1 മീറ്റർ നീളത്തിന് 1 സെന്റിമീറ്റർ എന്ന കണക്കിൽ ഇതേ ചിത്രം നോട്ടുപുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കൂ.

മട്ടഭംഗി

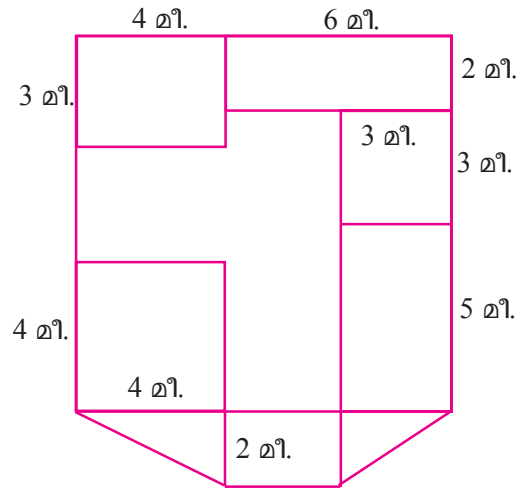
ഒരേ പോലെ യുള്ള രണ്ടു മട്ടങ്ങൾ ചേർത്തു വച്ച ഒരു രൂപമാണ് ഇവിടെ കാണുന്നത്.



ഈ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ സവിശേഷത എന്താണ്? മട്ടങ്ങൾ ചേർന്ന മറ്റൊരു രൂപം ഇതാ...

ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ സവിശേഷത എന്താണ്?

ഇതുപോലെ മട്ടങ്ങൾ ചേർത്ത് മറ്റു രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിനോക്കൂ.



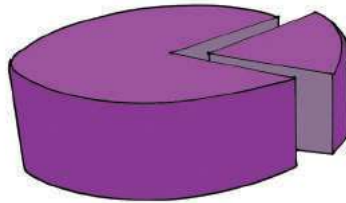


തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> മട്ടങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുരങ്ങളും സമചതുരങ്ങളും വരയ്ക്കാനും അവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ചുറ്റുപാടുമുള്ള വസ്തുക്കളെ നിരീക്ഷിച്ച് കോണുകൾ കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> അനുയോജ്യമായ ഉപകരണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് കൃത്യമായി കോൺ വരയ്ക്കുന്നു. ഈ ശേഷി പ്രശ്നപരിഹാരത്തിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> രൂപങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും യോജിച്ച പേരു പറയാനും പ്രത്യേകതകൾ വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഐ.ടി.യുടെ സഹായത്താൽ (ജിയോജിബ്ര) കോൺ, ചതുരം തുടങ്ങിയ ആശയങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുന്നു. 			

3

ഭാഗം വയ്ക്കൽ



വീതം വയ്ക്കാം

ഒരു യു.പി. സ്കൂളിലെ സ്വാതന്ത്ര്യദിനാഘോഷത്തിന്റെ ഭാഗമായി 5 എ ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ ആറ് ചെറു സംഘങ്ങളായി തിരിച്ചിരിക്കുന്നു. ഓരോ സംഘത്തിനും ഓരോ ജോലിയാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്. അധ്യാപിക കുറേ മിറായി മീനൂവിനെ ഏൽപ്പിച്ച് സംഘങ്ങൾക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചു നൽകാൻ പറഞ്ഞു. മീനൂ എണ്ണിനോക്കി - 48 മിറായി.

പാരണസൂത്രം

നാലാം ക്ലാസിലെ അമ്മിണി ടീച്ചർ കുട്ടികൾക്ക് വിതരണം ചെയ്യാൻ 65 മിറായി വാങ്ങി. ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ 5 സംഘങ്ങളാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ടീച്ചർ 10 മിറായിയുടെ 6 പാക്കറ്റും പാക്കറ്റിലല്ലാതെ 5 എണ്ണവുമാണ് നൽകിയത്. എങ്ങനെയാണ് വീതം വയ്ക്കുക?

ആദ്യം ഓരോ പാക്കറ്റും ഓരോ സംഘത്തിനും നൽകും. ഇനി എന്തു ചെയ്യും?

ബാക്കിയുള്ള ഒരു പാക്കറ്റ് അഴിച്ച് അതിലെ 10 എണ്ണവും ആദ്യമുള്ള 5 എണ്ണവും ചേർത്ത് 15 മിറായിയാക്കും.

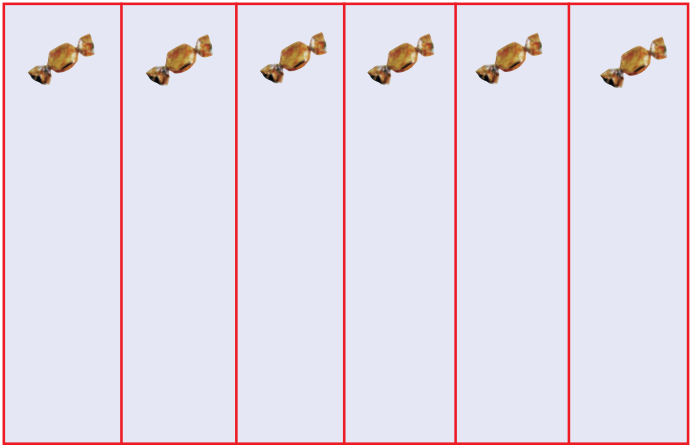
ഈ 15 മിറായി 5 സംഘങ്ങൾക്കു വീതിച്ചാൽ ഓരോ സംഘത്തിനും 3 മിറായി വീതം കിട്ടും. അപ്പോൾ ഒരു സംഘത്തിന് കിട്ടുന്നത് 1 പാക്കറ്റും 3 എണ്ണവും.

$$= 1 \text{ പാക്കറ്റ്} + 3 \text{ എണ്ണം}$$

$$= 10 + 3 = 13 \text{ എണ്ണം}$$

48 മിറായി 6 സംഘങ്ങൾക്ക് തുല്യമായി എങ്ങനെയാണ് വീതിക്കുക?

ആദ്യം ഓരോന്നു വീതം ഓരോ സംഘത്തിനും മാറ്റിവെച്ചു. ഈ രീതിയിൽ ബാക്കിയുള്ളത് വീതം വെച്ച് നോക്കൂ.



മുഴുവൻ മിറായിയും വീതിച്ചു കഴിഞ്ഞല്ലോ?

ഓരോ സംഘത്തിനും എത്ര മിറായി കിട്ടി?

ഇങ്ങനെ ഓരോന്നായി നോക്കാതെ ഓരോ സംഘത്തിനും കൊടുക്കേണ്ടത് എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാം?

ആകെ മിറായിയുടെ എണ്ണം എത്രയാണ്?

അപ്പോൾ ഓരോ സംഘത്തിനും കൊടുക്കേണ്ട മിറായിയുടെ എണ്ണം 6 തവണ കൂട്ടിയാൽ 48 കിട്ടണമല്ലോ.

അതായത്, ഓരോ സംഘത്തിനും കൊടുക്കേണ്ട മിറായിയുടെ എണ്ണത്തെ 6 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 48 കിട്ടണം.

6 കൊണ്ട് ഏത് സംഖ്യയെ ഗുണിച്ചാലാണ് 48 കിട്ടുക?

ഇത് മറ്റൊരുവിധത്തിൽ പറയാമല്ലോ. 48 നെ 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ 8 കിട്ടും.

$$\text{അതായത് } 48 \div 6 = 8$$

ഇതുപോലെ 5 ബി ക്ലാസിൽ 56 മിറായി വിതരണം ചെയ്തപ്പോൾ ഓരോ സംഘത്തിനും 8 മിറായി കിട്ടി. ഈ ക്ലാസിൽ എത്ര സംഘങ്ങളാണ് ഉള്ളത്?

സംഘങ്ങളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കാൻ എന്താണ് ചെയ്യേണ്ടത്?

56 മിറായി 8 മിറായി വീതമുള്ള കുട്ടങ്ങളാക്കി നോക്കാം.



എത്ര കുട്ടങ്ങളുണ്ട്?

അപ്പോൾ 5 ബി ക്ലാസിൽ എത്ര സംഘങ്ങളാണ് ഉള്ളത്?

ഇങ്ങനെ കുട്ടങ്ങളാക്കി നോക്കാതെ കുട്ടങ്ങളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കാൻ മറ്റൊന്നെങ്കിലും മാർഗ്ഗം ഉണ്ടോ?

56 മിറായിയാണ് 8 എണ്ണം വീതമുള്ള കുട്ടങ്ങളാക്കി മാറ്റിയത്. അതിനാൽ കുട്ടങ്ങളുടെ എണ്ണം 8 തവണ കുട്ടിയാൽ 56 കിട്ടും. അല്ലെങ്കിൽ കുട്ടങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ 8 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 56 കിട്ടും.

8 നെ എത്ര കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലാണ് 56 കിട്ടുക?

അപ്പോൾ 56 നെ 8 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ എത്ര കിട്ടും?

അതായത് $56 \div 8 = 7$

അപ്പോൾ 5 ബി ക്ലാസിൽ എത്ര സംഘങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് മനസ്സിലായല്ലോ.

- ഇതുപോലെ, പല ക്ലാസുകളിലും സംഘങ്ങളാക്കിയതിന്റെയും മിറായി കൊടുത്തതിന്റെയും ചില കാര്യങ്ങൾ ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിലുണ്ട്. ഇതിൽ എഴുതാത്ത കാര്യങ്ങൾ കണക്കാക്കി പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കൂ.

ക്ലാസ്	ആകെ മിറായിയുടെ എണ്ണം	ക്ലാസിലെ സംഘങ്ങളുടെ എണ്ണം	ഓരോ സംഘത്തിനും കിട്ടിയ മിറായിയുടെ എണ്ണം
5C	70	5	-
6A	96	-	8
6B	84	6	-
6C	-	7	12



സംഖ്യാമാജിക്



ഒരു രണ്ടക്ക സംഖ്യ വിചാരിക്കുക. അതിൽ നിന്നു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക കുറയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരത്തെ വിചാരിച്ച സംഖ്യയുടെ പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരം 9 അല്ലേ? വേറെ രണ്ടക്കസംഖ്യ എടുത്ത് കളിച്ചുനോക്കൂ.

ഇനി ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യ വിചാരിക്കുക. അതിൽനിന്നു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക കുറയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരത്തെ 9 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഹരണഫലത്തിൽനിന്നു വിചാരിച്ച സംഖ്യയുടെ പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം കുറയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരത്തെ വിചാരിച്ച സംഖ്യയുടെ നൂറിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഹരണഫലം 11 അല്ലേ? വേറെയും മൂന്നക്കസംഖ്യ എടുത്ത് കളിച്ചു നോക്കൂ.

- ഒരേ തരത്തിലുള്ള 7 പേനയുടെ വില 98 രൂപ. ഒരു പേനയുടെ വില എത്രയാണ്?
- അമൽ കടയിൽ നിന്ന് 6 നോട്ടുപുസ്തകങ്ങൾ വാങ്ങിച്ചു. എല്ലാറ്റിനും ഒരേ വിലയാണ്. 100 രൂപ കൊടുത്തപ്പോൾ കടക്കാർ 4 രൂപ തിരിച്ചു കൊടുത്തു. ഒരു നോട്ടുപുസ്തകത്തിന്റെ വില എത്രയാണ്?
- വോളിബോൾ പരിശീലനത്തിൽ 96 കുട്ടികൾ പങ്കെടുത്തു. കുട്ടികളെ 8 പേർ വീതമുള്ള കൂട്ടങ്ങളാക്കി. ആകെ എത്ര കൂട്ടങ്ങൾ ഉണ്ടാവും?
- ഒരു മൈതാനത്തിൽ കുറേ ഓട്ടോറിക്ഷകളും കാറുകളും നിർത്തിയിട്ടിരിക്കുന്നു. എല്ലാ വാഹനങ്ങൾക്കും കൂടി 100 ചക്രങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് നന്ദു പറഞ്ഞു. ഓട്ടോറിക്ഷകൾ 12 എണ്ണം ഉണ്ടെന്ന് റിയാസ് പറഞ്ഞു. കാറുകൾ എത്രയെണ്ണമുണ്ട്?
- ഒരു സ്കൂളിൽ ആൺകുട്ടികൾക്കുള്ള യൂണിഫോം വിതരണത്തിനായി 76 മീറ്റർ വീതമുള്ള 8 ചുറ്റ് തുണി കൊണ്ടുവന്നിട്ടുണ്ട്. ഒരു കുട്ടിക്ക് 4 മീറ്റർ തുണിയാണ് നൽകേണ്ടത്. ഒരു ചുറ്റ് തുണികൊണ്ട് എത്ര പേർക്ക് യൂണിഫോം കൊടുക്കാം? 8 ചുറ്റ് തുണികൊണ്ട് എത്ര പേർക്ക് കൊടുക്കാം?

മനക്കണക്കായും ചെയ്യാം

108 നെല്ലിക്ക് 4 പേർക്ക് വീതിക്കണം. ആദ്യം 100 നെല്ലിക്ക് വീതിച്ചാലോ?

ഒരാൾക്ക് എത്ര കിട്ടും?

ഏതു സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലാണ് 100 കിട്ടുക? അപ്പോൾ 100 എണ്ണം വീതിക്കുമ്പോൾ ഒരാൾക്ക് 25 എണ്ണം കിട്ടും.

ഇനി 8 എണ്ണം കൂടിയുണ്ട്. അതും വീതിച്ചാലോ?

ഓരോരുത്തർക്കും 2 കൂടി.

ആകെ $25 + 2 = 27$

ഇത് മറ്റൊരു തരത്തിൽപ്പറയാം.



108 നെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കാൻ, 100 നെയും 8 നെയും 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് കൂട്ടിയാൽ മതി.

ഇതുപോലെ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ മനക്കണക്കായി ചെയ്തുനോക്കൂ.

- 168 രൂപ 8 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര രൂപ കിട്ടും?
- 175 പേനകൾ 7 പാക്കറ്റുകളിലാക്കിയാൽ ഒരു പാക്കറ്റിൽ എത്ര പേന ഉണ്ടാവും?
- 189 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ 9 എണ്ണം വീതം എത്ര പേർക്ക് വീതിച്ചു കൊടുക്കാം?
- 72 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരട് മടക്കി സമചതുരം ഉണ്ടാക്കി. ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

പുസ്തകവിതരണം

അഞ്ച് ക്ലാസുകളിലേക്കു വിതരണം ചെയ്യുന്നതിനു വേണ്ടി 735 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ സ്കൂളിൽ എത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഇവ അഞ്ച് ക്ലാസുകളിലും തുല്യമായി വീതിക്കാൻ തീരുമാനിച്ചു. ഓരോ ക്ലാസിനും എത്ര നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ കിട്ടും?

735 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ പല കെട്ടുകളായാണ് കിട്ടിയത്. 100 എണ്ണമുള്ള 7 കെട്ട്, 10 എണ്ണമുള്ള 3 കെട്ട്. പിന്നെ കെട്ടിലൊന്നുമല്ലാത്ത 5 എണ്ണവും.

ആദ്യം 100 ന്റെ കെട്ടുകൾ ഭാഗിക്കാം.

ഓരോ ക്ലാസിലും 100 ന്റെ എത്ര കെട്ടുകൾ കൊടുക്കാം?

100 ന്റെ കെട്ടുകൾ ഇനിയെത്രയുണ്ട്?

ഇതെങ്ങനെ 5 ക്ലാസുകളിലേക്ക് ഭാഗിക്കും?

കെട്ടഴിക്കണം. 100 ന്റെ ഓരോ കെട്ടിലും 10 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ വീതമുള്ള 10 കെട്ടുകളാണ് ഉള്ളത്.

100 ന്റെ 2 കെട്ടുകൾ അഴിച്ചാൽ 10 പുസ്തകങ്ങളുടെ എത്ര കെട്ടുകൾ ഉണ്ടാകും?

കലണ്ടർ കണക്ക്

ഒരു മാസത്തെ കലണ്ടറിൽ നാലു സംഖ്യകൾ ഉള്ള ഒരു സമചതുരം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

5	6
12	13

ഈ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കൂ. ഇത്തരം സമചതുരങ്ങൾ വേറെയെടുത്ത് ഇതുപോലെ ചെയ്തുനോക്കൂ. കിട്ടിയ സംഖ്യയ്ക്ക് ആദ്യ കളത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്തു ബന്ധമാണുള്ളത്?

വീണ്ടും ഒരു കലണ്ടർ കണക്ക്

ഒരു മാസത്തെ കലണ്ടറിൽ 9 സംഖ്യകളുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കൂ.

3	4	5
10	11	12
17	18	19

ഇതിലെ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കൂ. ഇത്തരം വേറെ സമചതുരങ്ങൾ വരച്ച് ഇതുപോലെ ചെയ്തു നോക്കൂ. ഹരിച്ച് കിട്ടുന്ന സംഖ്യക്ക് നടക്കുള്ള കളത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്താണു ബന്ധം? ആദ്യകളത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്താണു ബന്ധം?

10 ന്റെ കെട്ടുകൾ നേരത്തേതന്നെ എത്രയുണ്ടായിരുന്നു?

ഇപ്പോൾ 10 ന്റെ കെട്ടുകൾ ആകെ എത്രയാണ്?

10 ന്റെ ഈ 23 കെട്ടുകൾ 5 ക്ലാസുകളിലേക്ക് ഭാഗിച്ചാൽ, ഓരോ ക്ലാസിലും എത്ര കെട്ടുവീതം കൊടുക്കാം?

10 ന്റെ കെട്ടുകൾ എത്ര മിച്ചമുണ്ട്?

10 ന്റെ ഈ 3 കെട്ടുകൾ അഴിച്ച് നേരത്തേയുള്ള 5 പുസ്തകങ്ങളുടെ കൂടെ ചേർത്താൽ ആകെ എത്ര പുസ്തകങ്ങളാകും?

ഈ 35 പുസ്തകങ്ങളെ 5 ക്ലാസുകളിലേക്ക് ഭാഗിച്ചാൽ ഓരോ ക്ലാസിലും എത്ര പുസ്തകങ്ങൾ കിട്ടും?

ഓരോ ക്ലാസിലും കിട്ടിയ നോട്ട്പുസ്തകങ്ങളുടെ കണക്ക് ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

100 ന്റെ കെട്ടുകൾ =

10 ന്റെ കെട്ടുകൾ =

കെട്ടുകളിൽ പെടാത്തവ =

ആകെ പുസ്തകങ്ങൾ
 = $(1 \times 100) + (4 \times 10) + 7$
 = $100 + 40 + 7$
 = 147

ഈ ക്രിയകൾ ചുരുക്കിയെഴുതാം.

	1	4	7
	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
5	7	3	5
$1 \times 5 = 5$	5		
	2	3	5
	$2 \times 100 = 20 \times 10$		
		20	
		23	5
$4 \times 5 = 20$		20	
		3	5
		3×10	
			30
			35
$7 \times 5 = 35$			35

ഇത് അല്പംകൂടി ചുരുക്കിയെഴുതാം:

	1	1	14
5	735	735	735
$1 \times 5 = 5$	5	5	5
	2	23	23
			$4 \times 5 = 20$
			20
	14	14	147
5	735	735	735
$1 \times 5 = 5$	5	5	5
	23	23	23
$4 \times 5 = 20$	20	20	20
	3	35	35
			$7 \times 5 = 35$
			35

അതായത്, $735 \div 5 = 147$

മാന്ത്രികചതുരം

8	1	6
3	5	7
4	9	2

3 വരിയും 3 നിരയുമുള്ള മാന്ത്രികചതുരമാണല്ലോ ഇത്. ഈ മാന്ത്രികചതുരത്തിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക എത്രയാണ്? ലഭിച്ച തുകയെ 9 കൊണ്ട് ഹരിക്കൂ. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ സംഖ്യ ഏത്?

മൂന്നു വരിയും മൂന്നു നിരയുമുള്ള എല്ലാ മാന്ത്രികചതുരത്തിനും ഇത് ശരിയാണോ? പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ.



ഹരിക്കാനൊരു സൂത്രം

300 നെ 15 കൊണ്ട്

ഹരിക്കുന്നതിനു പകരം ഏതൊക്കെ സംഖ്യകൾകൊണ്ട് ഹരിക്കണം എന്നു കണ്ടെത്താമോ?

$$15 = 3 \times 5$$

അതുകൊണ്ട് ആദ്യം $300 \div 3$ കണ്ടെത്തി ഈ ഹരണഫലത്തെ 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതിയല്ലോ.

മനക്കണക്കായി ചെയ്യൂ.

- $450 \div 18$
- $168 \div 24$

- രാജു, റഹീം, ബെന്നി എന്നിവർ ഒരുമിച്ച് ചെയ്ത ഒരു ജോലിക്ക് കൂലിയായി ആകെ 960 രൂപ കിട്ടി. തുല്യമായി വീതിക്കുമ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ വീതം കിട്ടും?
- സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തോട്ടത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 884 മീറ്ററാണ്. തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?
- നാലുപേർ ചേർന്നു നടത്തിയ ഒരു യാത്രയിൽ 856 രൂപ ചെലവായി. എങ്കിൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ ചെലവായി?
- ജയിംസ് തന്റെ വീട്ടിലേക്ക് രണ്ടു തരം സി.എഫ്. എൽ. ബൾബുകൾ 5 എണ്ണം വീതം വാങ്ങിച്ചു. വിലകുറഞ്ഞ ബൾബ് ഒന്നിന് 85 രൂപയാണ് നൽകിയത്. ആകെ വില 1000 രൂപയായി. വില കൂടിയ ബൾബുകളിൽ ഒന്നിന് എന്താണ് വില?
- ഒരു യു.പി. സ്കൂളിലേക്ക് ഒരേ വിലയുള്ള 6 ക്ലോക്കുകൾ വാങ്ങി. ആകെ 924 രൂപയായി. ഇനി ഇതേ വിലയുള്ള 7 ക്ലോക്കുകൾ കൂടി വാങ്ങാൻ എത്ര രൂപ വേണ്ടിവരും?
- സ്കൂൾ കുട്ടികൾക്കുള്ള പാൽവിതരണത്തിന് ഒരു കുട്ടിക്ക് 150 മില്ലി ലിറ്റർ പാൽ ആണ് വേണ്ടത്. 20 കുട്ടികൾക്ക് കൊടുക്കാൻ എത്ര ലിറ്റർ പാൽ വേണം?
- ഒരു സ്കൂളിൽ ഒരു ദിവസത്തേക്ക് 54 ലിറ്റർ പാൽ വേണം. സ്കൂളിൽ എത്ര കുട്ടികൾക്കാണ് പാൽ നൽകുന്നത്?

എന്തായി തൊപ്പിക്കണക്ക്?
ഈ തുകക്ക് കുളിക്കണപോലല്ല കിട്ടോ!
തൊപ്പിവിട്ടുപോയി!



തൊപ്പിക്കണക്ക്

- ഒരു ക്രിക്കറ്റ് ടീമിലെ 11 പേർക്ക് തൊപ്പി വാങ്ങിയപ്പോൾ ആകെ 693 രൂപ ചെലവായി. ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില എത്രയാണ്?

ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില കണക്കാക്കാൻ എന്ത് ചെയ്യണം?
693 രൂപയെ 11 തുല്യഭാഗങ്ങളായി ഭാഗിക്കണം.

അതായത് 693 നെ 11 കൊണ്ട് ഹരിക്കണം.

ഇവിടെ 693 രൂപയെ 6 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളായും 9 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളായും 3 ഒരുരൂപ നാണയങ്ങളായും എടുക്കാം.

6 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളെ 11 ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നതെങ്ങനെ? ഇത് കഴിയാത്തതിനാൽ അവയെ പത്തു രൂപാ നോട്ടുകളാക്കി മാറ്റാം.

6 നൂറുരൂപാ നോട്ട് = പത്തുരൂപാ നോട്ട്.

നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
11	9	3
6	60	3
	69	

6 × 100 = 60 × 10

ഇപ്പോൾ പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളുടെ ആകെ എണ്ണം =

69 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളെ 11 ഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഒരു ഭാഗം എത്രയാണ്?

ബാക്കിവരുന്ന പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ

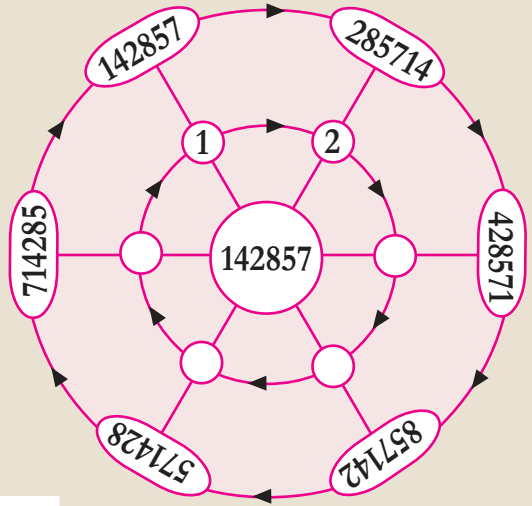
ഈ പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളെ ഒരു രൂപാ നാണയങ്ങളാക്കിയാൽ, ഒരു രൂപാ നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം

6		
നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
11	9	3
6	60	
	69	3
11 × 6 = 66	66	
	3	3
		30

6 × 100 = 60 × 10
3 × 10 = 30

ചാക്രികഹരണം

ചിത്രം നോക്കൂ.



142857 നെ 1 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ അതുതന്നെ കിട്ടും.

2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലോ? 285714.

ഇത് ആദ്യത്തെ സംഖ്യയുമായി ഒത്തുനോക്കൂ. ഇനി ചിത്രത്തിലെ പുറംവളയത്തിലെ ഓരോ സംഖ്യയും കിട്ടാൻ 142857 നെ എന്തു കൊണ്ടു ഗുണിക്കണമെന്ന് കണ്ടു പിടിക്കുക.

പുഷ്യത്തിന്റെ കളി

കിലോഗ്രാം, കിന്റൽ, ടൺ എന്നിവ തുക്കത്തിന്റെ ഏകകങ്ങളാണ്.

100 കിലോഗ്രാം = 1 കിന്റൽ

1000 കിലോഗ്രാം = 1 ടൺ

എത്ര കിന്റൽ ആണ് ഒരു ടൺ?

അതായത്, $1000 \div 100 = 10$

1 ടൺ = 10 കിന്റൽ

മില്ലിഗ്രാം, ഗ്രാം എന്നിവ തുക്കത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ട് ഏകകങ്ങളാണ്.

1 ഗ്രാം = 1000 മില്ലിഗ്രാം

അപ്പോൾ 5000 മില്ലിഗ്രാം എന്നത് എത്ര ഗ്രാം ആണ്?

$5000 \div 1000 = 5$

5000 മില്ലിഗ്രാം = 5 ഗ്രാം

ഇതുപോലെ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ ചെയ്തുനോക്കൂ.

$3000 \div 1000$

$5200 \div 100$

$20300 \div 100$

$15000 \div 100$

ആകെ ഒരു രൂപാ നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം

	6	3	
	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
11	6	9	3
	60		
$11 \times 6 = 66$	69	3	
	66		
	3	3	
		30	
$11 \times 3 = 33$		33	
		33	

33 രൂപയെ 11 ഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ ഒരു ഭാഗം

അപ്പോൾ ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില

= 6 പത്തു രൂപ + 3 ഒരു രൂപ

= 63 രൂപ

ഈ ക്രിയകളെ ഒന്നുകൂടി ചുരുക്കി എഴുതാം:

	63
11	693
$11 \times 6 = 66$	66
	33
$11 \times 3 = 33$	33

അതായത് $693 \div 11 = 63$

ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില = 63 രൂപ

സ്കോളർഷിപ്പ് വിതരണം

- വിവിധ സ്കോളർഷിപ്പുകൾക്കായി സ്കൂളിലെ 15 കുട്ടികൾക്ക് തുല്യമായി വിതരണം ചെയ്യാൻ 16425 രൂപ സ്കൂൾ ഓഫീസിൽ എത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഓരോ രൂത്തർക്കും എത്ര രൂപ വീതമാണ് വിതരണം ചെയ്യേണ്ടത്?

ഇവിടെ 16425 രൂപയിൽ 16 ആയിരംരൂപാ നോട്ടുകളും 4 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളും 2 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളും 5 ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളുമാണ് ഉള്ളതെന്ന് കരുതുക.

ആദ്യം 16 ആയിരംരൂപാ നോട്ടുകൾ 15 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിക്കാം.

ഓരോരുത്തർക്കും ലഭിക്കുന്ന ആയിരംരൂപാ നോട്ടുകൾ

ബാക്കി വരുന്ന ആയിരംരൂപാ നോട്ടുകൾ

		1			
		ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
15		16	4	2	5
		15			
		1	4	2	5

ബാക്കിവന്ന ആയിരംരൂപാ നോട്ടിനെ നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളാക്കിയാൽ,

ഒരു ആയിരംരൂപാ നോട്ട് = നൂറുരൂപാ നോട്ടുകൾ

ആദ്യമുള്ള 4 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളടക്കം ആകെ നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം =

		1			
		ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
15		16	4	2	5
		15			
		1	4	2	5
			10		
			14	2	5

14 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളെ 15 പേർക്ക് ഭാഗിക്കാൻ കഴിയില്ല. അതായത്, നൂറുരൂപാ നോട്ടുകൾ ആർക്കും കിട്ടില്ല. ഈ 14 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളെ, പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളാക്കി മാറ്റാം.

14 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകൾ = പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ.

നേരത്തേയുള്ള 2 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ അടക്കം ആകെ പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം

ഗ്രാമ്യം പഠനം

ലോട്ടറിയിൽ ഒന്നാം സമ്മാനം നേടുന്നവർക്ക് ഒരു കിലോഗ്രാം സ്വർണം സമ്മാനമായി നൽകുന്നു എന്ന് പരസ്യത്തിൽ കണ്ടപ്പോൾ അനുവിന് സംശയം - സ്വർണത്തിന്റെ തൂക്കം കിലോഗ്രാമിൽ പറയാറില്ലല്ലോ. അമ്മയുടെ മാലയ്ക്ക് 2 പവൻ തൂക്കം ഉണ്ടെന്ന് ചേച്ചിയോട് പറയുന്നതു കേട്ടിട്ടുണ്ട്. എന്താണ് പഠനം ഗ്രാമ്യം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം? ഒരു പവൻ എന്നത് 8 ഗ്രാം സ്വർണമാണ്. 1 കിലോഗ്രാമെന്നാൽ 1000 ഗ്രാം. അപ്പോൾ ഒരു കിലോഗ്രാം സ്വർണമെന്നാൽ എത്ര പഠനമാണ്?

142 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളെ 15 പേർക്കു വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ കിട്ടും?

	1	0	9	
	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
15	16 15	4	2	5
	1	4	2	5
	$1 \times 1000 = 10 \times 100$			
		10		
		14	2	5
	$14 \times 100 = 140 \times 10$			
$15 \times 0 = 0$		0	140	
			142	5
$15 \times 9 = 135$			135	4
			7	5

ചേർന്നുനിന്നാൽ

ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യയിൽനിന്നു തുടങ്ങാം. ഉദാഹരണമായി 415. ഈ സംഖ്യയോടു ചേർത്ത് വീണ്ടും ഇതേ മൂന്നക്കസംഖ്യ എഴുതണം.

അതായത് 415415

ഈ ആറക്കസംഖ്യയെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഹരണഫലം എന്താണ്?

ഇനി ഈ ഹരണഫലത്തെ 11 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഹരണഫലം എന്താണ്?

അവസാനമായി ഈ ഹരണഫലത്തെ 13 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. എന്തു കിട്ടി?

വേറെയും സംഖ്യകൾ എടുത്ത് ചെയ്തുനോക്കൂ.

എന്താണിതിനു കാരണം?

$7 \times 11 \times 13$ എത്രയാണെന്നു നോക്കൂ.

ഏതെങ്കിലുമൊരു മൂന്നക്കസംഖ്യയെ 1001 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചുനോക്കൂ.

ബാക്കിയുള്ള പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ =

ഈ പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളെ ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളാക്കിയാൽ എത്ര ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങൾ ഉണ്ടാവും?

ആദ്യമുള്ള 5, ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളും

ചേർത്താൽ ആകെ ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം =

75 ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളെ 15 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര നാണയങ്ങൾ കിട്ടും?

ഈ ചെയ്തതത്രയും ചുരുക്കി ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

	1	0	9	
	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
15	16	4	2	5
$15 \times 1 = 15$	15			
	1 (1000 = 10 × 100)	4	2	5
		10		
15 × 0 = 0		14 (14 × 100 = 140 × 10)	2	5
		0	140	
15 × 9 = 135			142	5
			135	
			7 (7 × 10 = 70)	5
				70
15 × 5 = 75				75
				75

ഇതിനെ ഒന്നുകൂടി ചുരുക്കി ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

	1095
15	16425
$15 \times 1 = 15$	15
	14
$15 \times 0 = 0$	0
	142
$15 \times 9 = 135$	135
	75
$15 \times 5 = 75$	75

അതായത് $16425 \div 15 = 1095$

- ഇതുപോലെ 2460 രൂപ 12 പേർക്ക് വീതി ച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര രൂപ കിട്ടും?

കലണ്ടർ കണക്ക്

കലണ്ടറിൽ 16 സംഖ്യകളുള്ള സമചതുരം വരച്ച് അതിലെ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 16 കൊണ്ട് ഹരിച്ചുനോക്കൂ.

5	6	7	8
12	13	14	15
19	20	21	22
26	27	28	29

വേറെയും സമചതുരങ്ങൾ വരച്ച് ചെയ്തു നോക്കൂ. തുകയെ 16 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യക്ക്, ആദ്യകളത്തിലെ സംഖ്യ യുമായി എന്തു ബന്ധമാണുള്ളത്?

മിച്ചം വന്നാൽ

175 രൂപ 7 പേർക്ക് തുല്യമായി ഭാഗിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ വീതം കിട്ടും?

സമചതുരക്കണക്ക്

ഒരു സമചതുരം വെച്ച് സംഖ്യകൾ എഴുതിയത് നോക്കൂ.

1	2	3	4	5
11	12	13	14	15
21	22	23	24	25
31	32	33	34	35
41	42	43	44	45

വരിയിലെയും നിരയിലെയും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പിടികിട്ടിയോ? ഈ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 25 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യക്ക് സമചതുരത്തിന്റെ മധ്യത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്താണു ബന്ധം?

ഇതു കണ്ടെത്താൻ 175 നെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കണം.

$$\begin{array}{r} 25 \\ 7 \overline{) 175} \\ \underline{14} \\ 35 \\ \underline{35} \\ 0 \end{array}$$

ഓരോരുത്തർക്കും 25 രൂപ വീതം കിട്ടും.

180 രൂപയാണ് 7 പേർക്ക് വീതിക്കുന്നതെങ്കിലോ?

175 രൂപയെക്കാൾ 5 രൂപ കൂടുതലാണ് 180 രൂപ. 175 രൂപ 7 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് 25 രൂപ വീതം കിട്ടും. മിച്ചം വരുന്ന 5 ഒരു രൂപയെ 7 പേർക്ക് ഭാഗിക്കാൻ കഴിയില്ല. അതായത്, 180 രൂപ 7 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് 25 രൂപ വീതം കിട്ടും, 5 രൂപ മിച്ചം വരും.

$$\begin{array}{r} 25 \\ 7 \overline{) 180} \\ \underline{14} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 5 \end{array}$$

കണക്കിന്റെ ഭാഷയിൽപ്പറഞ്ഞാൽ, 180 നെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ, ഹരണഫലം (Quotient) 25, ശിഷ്ടം (Remainder) 5. ഇത് ഇങ്ങനെ ചുരുക്കി എഴുതാം.

നേരത്തേ $175 = 7 \times 25$ എന്നു കണ്ടു.

ഇപ്പോൾ $180 = 175 + 5 = (7 \times 25) + 5$ എന്നും കാണാം.

അതായത് ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരണഫലത്തെ ഗുണിച്ച് ശിഷ്ടവും കൂട്ടിയാൽ ഹരിക്കപ്പെടുന്ന സംഖ്യ കിട്ടും.

ഹരിക്കപ്പെടുന്ന സംഖ്യ = ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യ × ഹരണഫലം + ശിഷ്ടം



- ചില ഹരണക്രിയകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. എഴുതാത്ത അക്കങ്ങൾ കുട്ടിച്ചേർക്കുക.

$$\begin{array}{r} 1 \dots 6 \\ 12 \overline{) 1752} \\ \underline{} \\ \dots \\ \underline{} \\ 48 \\ \underline{} \\ \dots \\ \underline{} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \dots 9 \\ 14 \overline{) 2926} \\ \underline{} \\ \dots \\ \underline{} \\ \dots \\ \underline{} \\ \dots \\ \underline{} \\ 0 \end{array}$$

- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ എഴുതാത്ത സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക.

സംഖ്യ	ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യ	ഹരണ ഫലം	ശിഷ്ടം
56	8	7	0
369	3
486	4
448	7
948	12
.....	16	23	8
4736	15
.....	35	48	0
.....	62	74	13
8365	23
527	20	7

- സ്കൂൾ സ്റ്റോറിലേക്ക് 1825 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങളാണ് വാങ്ങേണ്ടത്. 25 പുസ്തകങ്ങൾ വീതമുള്ള എത്ര കെട്ടുകൾ വാങ്ങണം?
- ഗണിതശാസ്ത്രമേളയിൽ വിജയികളായതിന്റെ സന്തോഷം പങ്കിടാൻ സ്കൂളിലെ 768 കുട്ടികൾക്കും ലഡു നൽകാൻ തീരുമാനിച്ചു. 1 കിലോഗ്രാം ലഡുവിൽ 24 എണ്ണം ഉണ്ടാകും. എത്ര കിലോഗ്രാം ലഡു വാങ്ങണം?
- അബു ഓരോ ആഴ്ചയിലും, ചെലവു കഴിച്ച് മിച്ചം വരുന്നതിൽനിന്ന് 35 രൂപ വീതം ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കും. ഇപ്പോൾ അയാളുടെ അക്കൗണ്ടിൽ 1505 രൂപ ഉണ്ട്. എത്രയാഴ്ചത്തെ സമ്പാദ്യമാണിത്?
- ഒരു പഞ്ചായത്തിന്റെ കീഴിലുള്ള 14 സ്കൂളുകളിലെ ലൈബ്രറിനവീകരണത്തിനു വേണ്ടി 325500 രൂപ നീക്കിവെച്ചു. ഈ തുക എല്ലാ സ്കൂളിനും തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോ സ്കൂളിനും എത്ര തുക വീതം കിട്ടും?

ശിഷ്ടമെന്നാൽ

20 ലിറ്റർ പാൽ, 3 ലിറ്റർ വീതം എത്ര പേർക്ക് കൊടുക്കാം? ബാക്കി എത്ര ലിറ്റർ ഉണ്ടാവും? 6 പേർക്ക് കൊടുക്കാം. ബാക്കി 2 ലിറ്റർ ഉണ്ടാവും.

അതായത്, $20 = (3 \times 6) + 2$

കൊടുക്കുന്നത് 6 ലിറ്റർ വീതമാണെങ്കിലോ? അപ്പോൾ 3 പേർക്ക് കിട്ടും. അപ്പോഴും ബാക്കി വരുന്നത് 2 ലിറ്റർ തന്നെ.

കൊടുക്കുന്നത് 7 ലിറ്റർ വീതമാണെങ്കിലോ? അപ്പോൾ ബാക്കി വരുന്നത് 6 ലിറ്റർ ആകും.

അതായത്, $20 = (7 \times 2) + 6$. ബാക്കി വരുന്ന പാലിന്റെ അളവ് നിശ്ചയിക്കുന്നത് എത്ര ലിറ്റർ വീതം കൊടുക്കുന്നു എന്നു നോക്കിയിട്ടാണ്.

സംഖ്യകൾമാത്രം ഉപയോഗിച്ച് പറഞ്ഞാൽ, ഒരു സംഖ്യയെ മറ്റൊരു സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം തീരുമാനിക്കുന്നത് ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യയെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്. അതായത്, ശിഷ്ടം എപ്പോഴും ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യയേക്കാൾ ചെറുതായിരിക്കും.



സാഹിത്യം... ഭരണഭരണങ്ങൾ...
ഒരു പ്രത്യേക രീതിയിൽ
ഇനം കണക്കു ചെയ്യാൻ
ശ്രമിച്ചതാണ്... രണ്ടോ ഡിജിറ്റിലും
ക്രിയ വേണ്ടിവരും!



- ഒരു ഓഡിറ്റോറിയത്തിൽ 864 കസേരകൾ 24 വരികളിലായി നിരത്തിയിട്ടിരിക്കുന്നു. ഓരോ വരിയിലും കൂടുതൽ കസേരകൾ ഇടാതെ ഓഡിറ്റോറിയത്തിൽ 1260 കസേരകൾ കൂടി ഇടണം. ഇനി എത്ര വരികൾ കൂടി വേണ്ടിവരും?
- ഒരു അധിവർഷത്തിൽ എത്ര ആഴ്ചകൾ ഉണ്ട്? ബാക്കി എത്ര ദിവസങ്ങൾ ഉണ്ട്?
- ഒരു നാലക്കസംഖ്യയെ 13 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്ന ക്രിയ 13 യിലെ ചില അക്കങ്ങൾ മാത്രം ഇവിടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ എഴുതാത്ത അക്കങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

2 □ 7
3 □ 7 □
2 6
8 □
□ □
□ □
□ □

5

- തോമസ് വാങ്ങിയ ചില സാധനങ്ങളുടെ ബില്ലാണ് ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്നത്.

ഇനം	തുക (കി.ഗ്രാം.)	വില (രൂപ)
അരി	15	480
പഞ്ചസാര	4	136
ചെറുപയർ	5	360
കടല	6	276
ആകെ		1252

ഹരിച്ചു നോക്കാതെ
366, 425, 499 എന്നീ സംഖ്യകളെ 15 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾ എത്രയാണ്? സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 15 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയുമോ? ഹരിച്ചു നോക്കാതെ എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

ഇതേ കടയിൽനിന്ന് കണ്ണൻ വാങ്ങിയതിന്റെ കണക്ക് ഇങ്ങനെയാണ്:

- അരി - 12 കി.ഗ്രാം.
- പഞ്ചസാര - 3 കി.ഗ്രാം.
- ചെറുപയർ - 2 കി.ഗ്രാം.
- കടല - 5 കി.ഗ്രാം.

കണ്ണൻ എത്ര രൂപ കൊടുക്കണം?

- 216 കുട്ടികളെ വരിവരിയായി നിർത്തിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ വരിയിലും 12 കുട്ടികൾ. എത്ര വരിയുണ്ട്?

കുറേ കുട്ടികളെക്കൂടി ഇവരോടൊപ്പം നിർത്തി. വരികളുടെ എണ്ണം മാറ്റിയില്ല. ഓരോ വരിയിലും 25 കുട്ടികളായി. പുതുതായി വന്നത് എത്ര പേരാണ്?

- ചുവടെ സംഖ്യകൾ എഴുതിയിരിക്കുന്ന രീതി നോക്കുക.

0	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17

- (a) ഓരോ നിരയിലെയും സംഖ്യകളെ 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലങ്ങൾ തമ്മിലെന്താണ് ബന്ധം? ശിഷ്ടങ്ങൾ തമ്മിലോ?
- (b) ഓരോ വരിയിലെയും സംഖ്യകളെ 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലങ്ങൾ തമ്മിലെന്താണ് ബന്ധം? ശിഷ്ടങ്ങൾ തമ്മിലോ?
- (c) 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?
- (d) 18-ാം വരിയിലെ നാലാമത്തെ സംഖ്യ ഏതാണ്?
- (e) 345 എന്ന സംഖ്യ ഏതു വരിയിലെ എത്രാമത്തെ സംഖ്യയാണ്?



പ്രോജക്ട്

ഇഷ്ടമുള്ള എട്ടു സംഖ്യകൾ എഴുതി, ഇവയിലെ ഏത് രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും കണ്ടെത്തിനോക്കൂ. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു വ്യത്യാസത്തെ 7 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയുമോ? ചെയ്തുനോക്കൂ.

എന്തായിരിക്കും ഇതിനു കാരണം?
 ഒരു സംഖ്യയെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടമായി വരാവുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്? 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 - ഇവ ഏഴെണ്ണമാണുള്ളത്.

അപ്പോൾ എട്ട് സംഖ്യകളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ രണ്ടു ശിഷ്ടങ്ങളെങ്കിലും തീർച്ചയായും തുല്യമായിരിക്കും. അപ്പോൾ ആ രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം പൂജ്യമായിരിക്കും.

ഉദാ: 67, 109 എന്നീ സംഖ്യകളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 4 കിട്ടുന്നു.
 ഈ സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴോ?

ഇതുപോലെ ഏതെങ്കിലും 13 സംഖ്യകൾ എഴുതി രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ 12 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമോ എന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ.

സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം മാറ്റി പ്രവർത്തനം തുടർന്ന് ചെയ്തുനോക്കൂ.



തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> കൂട്ടമാക്കൽ, ഭാഗം വയ്ക്കൽ എന്നീ സന്ദർഭങ്ങൾ ഹരണക്രിയയാണെന്ന് വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ദീർഘഹരണക്രിയാ രീതിയിൽ ഹരിക്കുന്ന രീതി വിവരിക്കുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഹരണത്തിനുള്ള വ്യത്യസ്ത മാർഗങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുന്നു, സ്വന്തം മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഹരണക്രിയകൾ മനക്കണക്കായി ചെയ്യാൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഹരിക്കപ്പെടുന്ന സംഖ്യയും ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യയും ഹരണഫലവും ശിഷ്ടവും തമ്മിൽ ബന്ധപ്പെടുത്തി പറയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ചതുഷ്ക്രിയകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> പ്രശ്നപരിഹരണത്തിനാവശ്യമായ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുകയും യോജിച്ച ക്രിയാരൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നപരിഹരണം നടത്തുകയും ചെയ്യുന്നു. 			

4

വൃത്തങ്ങൾ



റസിയ ചില ജ്യോമിതീയരൂപങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതിനുള്ള തയ്യാറെടുപ്പിലാണ്.



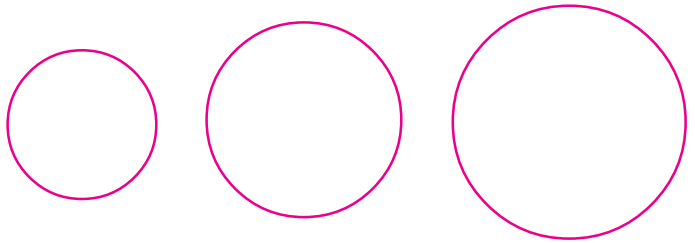
ചക്രവും വൃത്തവും

- അയ്യായിരം വർഷം മുമ്പ് തന്നെ മനുഷ്യർ വിലങ്ങനെ തിരിയുന്ന ചക്രമുപയോഗിച്ച് മൺപാത്രങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിയിരുന്നു.
- നാലായിരം കൊല്ലം മുമ്പുതന്നെ, കുത്തനെ തിരിയുന്ന ചക്രം ഉപയോഗിക്കുന്ന വാഹനങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കി.
- മനുഷ്യപുരോഗതിയുടെ ഒരു പ്രധാന സംഭവമാണ് ചക്രങ്ങളുടെ കണ്ടുപിടിത്തം.

റസിയ ഇപ്പോൾ വരയ്ക്കുന്നത് എന്തു രൂപമാണ്?

വള, ഗ്ലാസ് മുതലായവ ഉപയോഗിച്ച് നിങ്ങൾക്കും വട്ടം വരയ്ക്കാമല്ലോ.

ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ.



മൂന്നു വൃത്തങ്ങൾ (Circles); വലുപ്പത്തിൽ വ്യത്യാസമുണ്ട്. ഓരോ വലുപ്പത്തിലുമുള്ള വൃത്തം എങ്ങനെ വരയ്ക്കും? ആ വലുപ്പത്തിൽ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള വസ്തുക്കൾ കിട്ടിയാൽ മതിയല്ലോ.

എപ്പോഴും ഇതു സാധ്യമാണോ?

പെട്ടിയിലെ പരിഹാരം

ഫാത്തിമ ഒരു ചിത്രം വരയ്ക്കുകയാണ്.



ഫാത്തിമ എന്താണ് വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കുന്നത്?

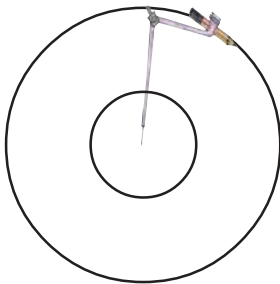
വട്ടം വരയ്ക്കുന്നതിന് ഫാത്തിമ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഉപകരണം നമ്മുടെ ജ്യോമിതിപ്പെട്ടിയിലും ഉണ്ട്. ഇതിനെ കോമ്പസ് (compass) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് ഫാത്തിമ വരച്ചതുപോലെ ഒരു വട്ടം വരച്ചുനോക്കൂ. കോമ്പസിന്റെ വിരിവ് അൽപ്പംകൂട്ടി മറ്റൊരു വട്ടം വരച്ചുനോക്കൂ. എന്തു മാറ്റമാണ് സംഭവിച്ചത്? വലുപ്പം കുറച്ച് കൂടി, അല്ലേ?

എങ്ങനെയാണ് വൃത്തം വരച്ചത്? കോമ്പസിന്റെ മൂന്നു ഭാഗങ്ങൾ കൂട്ടിയിട്ടു വരയ്ക്കുന്നു. കോമ്പസ് അൽപ്പം ഒന്ന് വിടർത്തി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു.

വൃത്തം വരയ്ക്കുമ്പോൾ കോമ്പസിന്റെ മൂന്നു ഭാഗങ്ങൾ കൂട്ടിയിട്ടു വരയ്ക്കുന്നു. കോമ്പസ് അൽപ്പം ഒന്ന് വിടർത്തി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു.

ചുവടെ വരച്ച ചിത്രം നോക്കൂ.

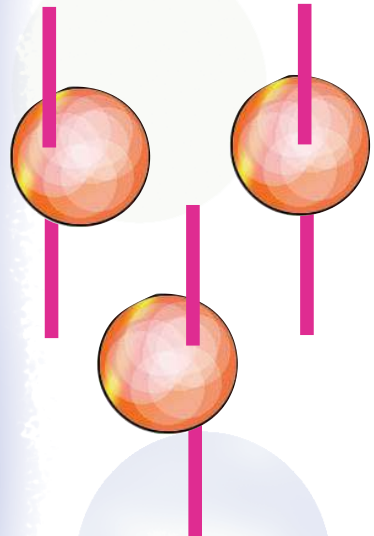


ഈ വൃത്തങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത എന്താണ്?

രണ്ടിന്റേയും കേന്ദ്രം ഒരേ ബിന്ദു തന്നെ. എന്നാൽ പുറത്തെ വൃത്തം ഉള്ളിലെ വൃത്തത്തേക്കാൾ വലുപ്പം കൂടിയതാണ്.

പമ്പരം കറക്കാം...

ഒരു വൃത്തം മുറിച്ചെടുത്ത് കമ്പിൽ കോർത്തുവെച്ചാൽ പമ്പരമായി.



ഇവയിൽ നന്നായി കറങ്ങുന്ന പമ്പരം ഏതാണ്? എന്തുകൊണ്ട്?

നന്നായി കറങ്ങുന്ന ഒരു പമ്പരം ഉണ്ടാക്കാൻ കമ്പ് എവിടെക്കൂടി കോർക്കണം?

KT-131 / 5-Maths 5 (M)Vol - 1



വൃത്തം

ജിയോജിബ്രയിൽ

ജിയോജിബ്രയിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ ലഭ്യമായ ചില ടൂളുകളാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

- Circle with centre through points.
- Circle with centre and radius.

കോമ്പസിന്റെ വിരിവ് അൽപ്പം കൂട്ടി വരച്ചതുകൊണ്ടാണല്ലോ ഇത്തരത്തിലുള്ള വലിയ വൃത്തം ലഭിച്ചത്.

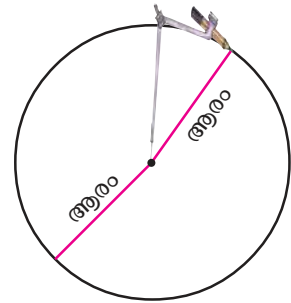
ഇത് ഇങ്ങനെയും പറയാം! കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള അകലം കൂടിയതുകൊണ്ടാണ് വൃത്തം വലുതായത്.

അതായത്, കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള അകലം കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് വൃത്തത്തിന്റെ വലുപ്പം കൂടുന്നു.



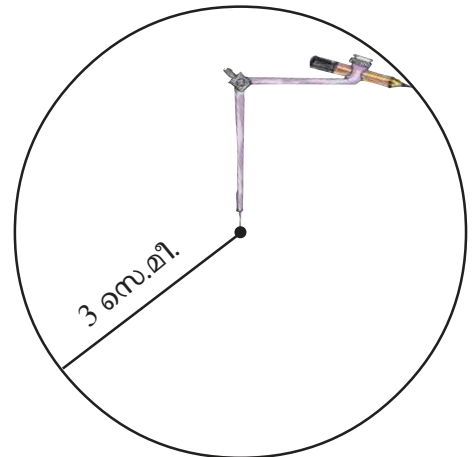
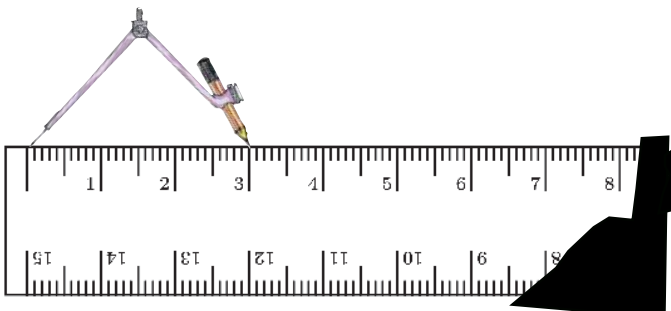
കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള അകലത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം (Radius) എന്നു പറയുന്നു.

വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കോമ്പസ് അൽപ്പം വിടർത്തിയല്ലോ. അപ്പോൾ അതിന്റെ മൂനയും പെൻസിലിന്റെ മൂനയും തമ്മിലുള്ള അകലം തന്നെയാണ് വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം.



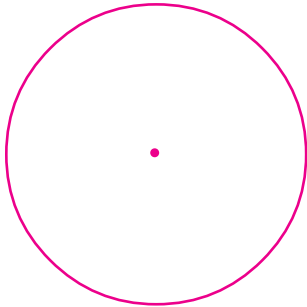
അളന്നു വരയ്ക്കാം

3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം എങ്ങനെ വരയ്ക്കാം?

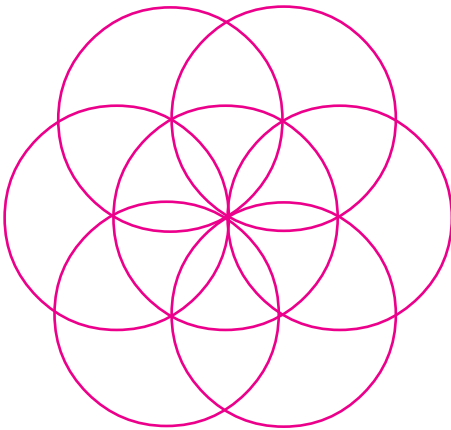




- ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം അളന്നു കണ്ടുപിടിക്കൂ.



- 5 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.
- 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നു 5 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദു ഈ വൃത്തത്തിനകത്താണോ, പുറത്താണോ?
- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിലുള്ള എല്ലാ വൃത്തങ്ങളുടെയും ആരം തുല്യമാണ്.

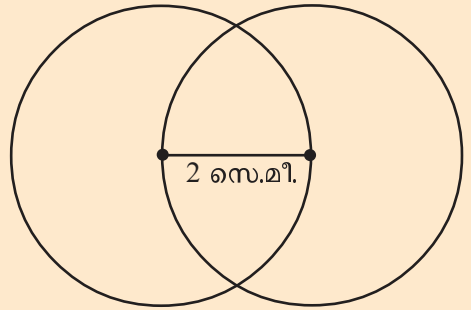


വൃത്തങ്ങളുടെ ആരം 3 സെന്റിമീറ്ററാക്കി ഈ ചിത്രം നോട്ട്പുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കുക.

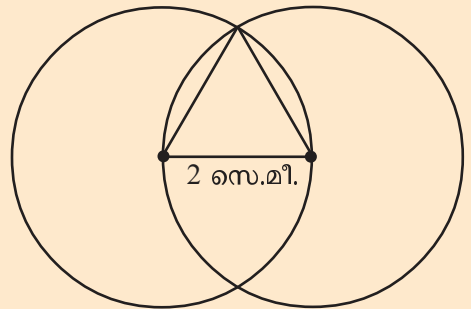
- ഒരേ ബിന്ദുതന്നെ കേന്ദ്രമാക്കി 3 സെന്റിമീറ്റർ, 4 സെന്റിമീറ്റർ, 5 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.

**വൃത്തം കൊണ്ട്
 ത്രികോണം**

2 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ ഒരു വര വരയ്ക്കുക. അഗ്രബിന്ദുക്കൾ കേന്ദ്രമാക്കി 2 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക.



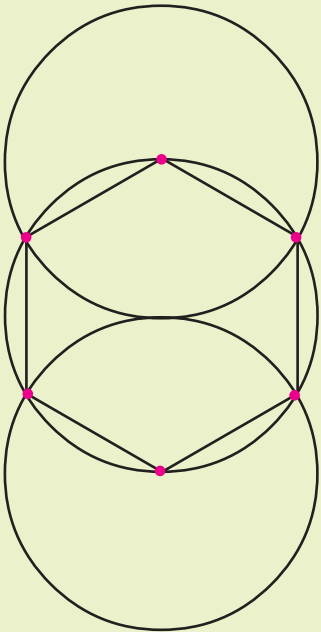
ഇനി ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.



ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടുവശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ്?

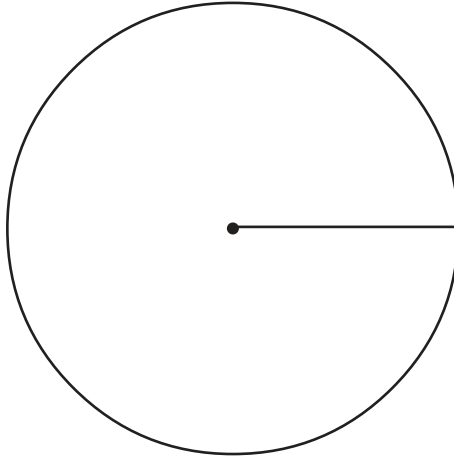
**വൃത്തം കൊണ്ട്
 ഷഡ്ഭുജം**

ഒരേ ആരമുള്ള മൂന്നു വൃത്തങ്ങൾ ചിത്രത്തിലെ പോലെ വരച്ചുനോക്കൂ. വൃത്തകേന്ദ്രവും വൃത്തങ്ങൾ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളും ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ വരകൾ കൊണ്ട് യോജിപ്പിക്കൂ. ഷഡ്ഭുജം കിട്ടിയില്ലേ.



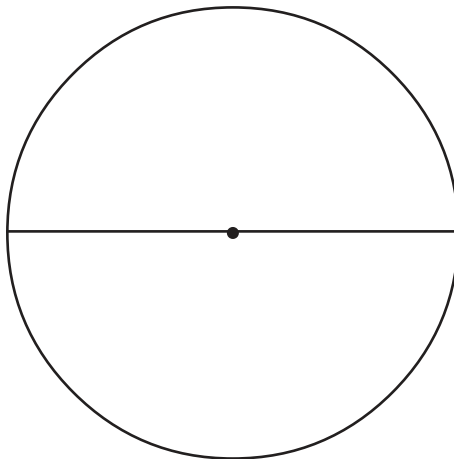
വ്യാസം

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം നോക്കൂ.



ഈ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം അളന്നെഴുതുക.

ആരം നീട്ടി വരച്ചതിനുശേഷമുള്ള ചിത്രം നോക്കൂ.



കേന്ദ്രത്തിൽകൂടി വരച്ച വരയുടെ നീളം എത്രയാണ്?

ഇതേ നീളത്തിൽ വേറെ വരകൾ ഈ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കാമോ?

ഇത്തരത്തിൽ എത്ര വരകൾ വരയ്ക്കാം?

ഇതിനേക്കാൾ നീളമുള്ള ഒരു വര വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ?

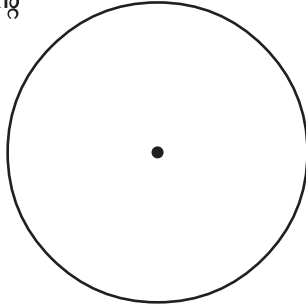
അപ്പോൾ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽകൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയ്ക്കാണ് ഏറ്റവും നീളം കൂടുതൽ. ഈ വരയെ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം (Diameter) എന്നാണു പറയുന്നത്.

അതായത്, ഒരു വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കാവുന്ന ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വരയാണ് ആ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം. ഈ വരയുടെ നീളത്തെയും വ്യാസം എന്നു തന്നെയാണു പറയുന്നത്. അപ്പോൾ ആരത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ് വ്യാസം.

$$\text{വ്യാസം} = 2 \times \text{ആരം}$$

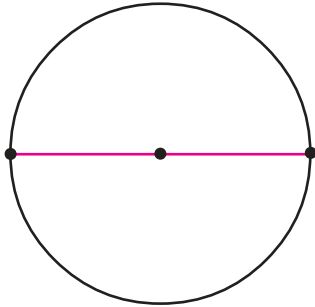
വ്യാസത്തിന്റെ പകുതി ആരവും.

- ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം അളന്നെഴുതുക.

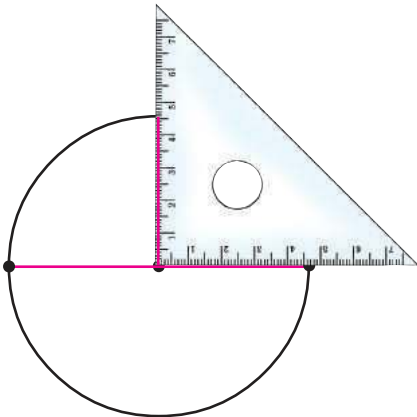


സമഭാഗങ്ങൾ

വൃത്തം വരച്ച് അതിന്റെ ഒരു വ്യാസം വരയ്ക്കുക.

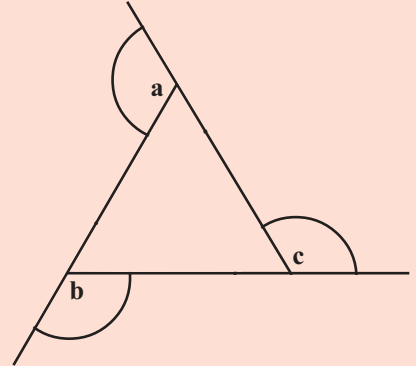


ഈ വ്യാസത്തിന് കുത്തനെയായി മറ്റൊരു വ്യാസം വരയ്ക്കാമോ? മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽകൂടി കുത്തനെ ഒരു വര വരച്ചാൽ മതിയല്ലോ.

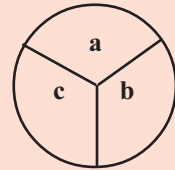


കണ്ടെത്തു

ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് വശങ്ങൾ ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ നീട്ടുക.



ഇതിന്റെ മൂന്നു മൂലകളിൽ നിന്നും ഒരേ ആരത്തിൽ മൂന്നു വൃത്ത ഭാഗങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അവ വെട്ടിയെടുത്ത് ചേർത്തുവയ്ക്കുക.

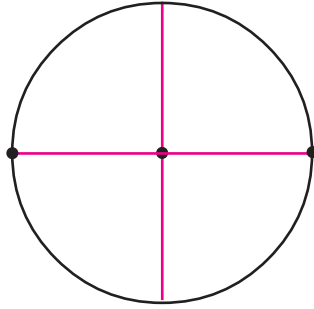
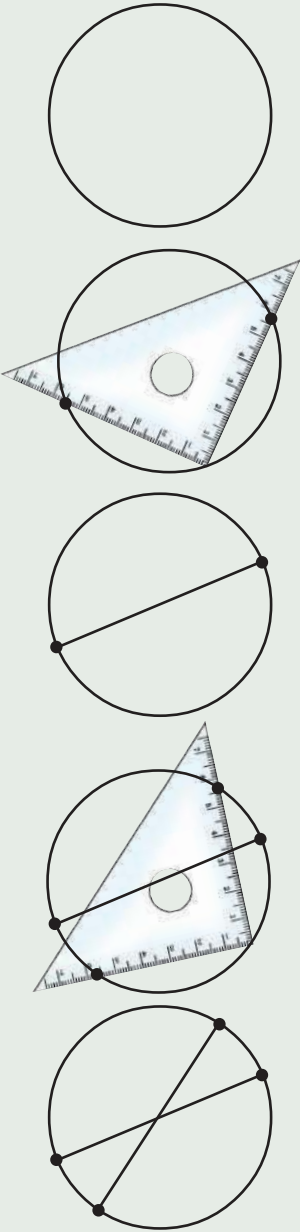


ഇപ്പോൾ ഒരു വൃത്തം കിട്ടിയില്ലേ. പല വലുപ്പത്തിലുള്ള ത്രികോണം വരച്ച് ഇതുപോലെ വച്ചുനോക്കൂ. എപ്പോഴും വൃത്തം കിട്ടുന്നുണ്ടോ?

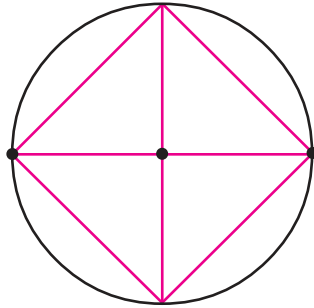
ത്രികോണത്തിനു പകരം ചതുർഭുജം വരച്ച് ഇതുപോലെ ചെയ്തുനോക്കൂ. വൃത്തംതന്നെ കിട്ടുന്നുണ്ടോ?

കാൺമാനില്ല

വള ഉപയോഗിച്ച് അച്ചു വൃത്തം വരച്ചു. വൃത്തപാറ്റേൺ തയ്യാറാക്കുന്നതിന് വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം വരയ്ക്കണം. പക്ഷേ, കേന്ദ്രം കാണുന്നില്ല. മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം കണ്ടെത്തിയ മാർഗം നോക്കൂ.

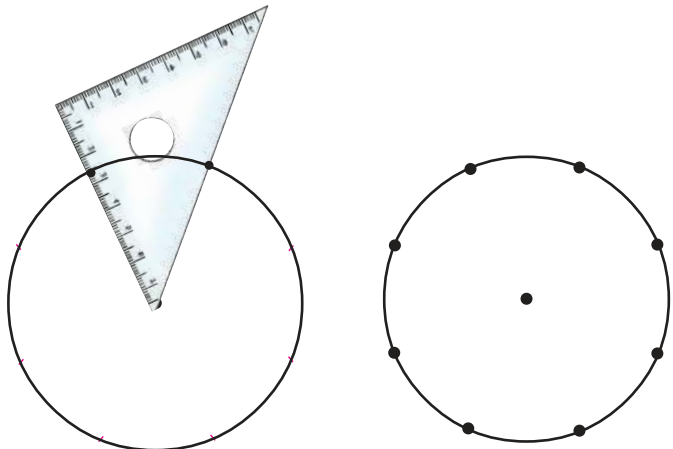


വൃത്തം എത്ര സമഭാഗങ്ങളായി മാറി?
 വരയുടെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചുനോക്കൂ.

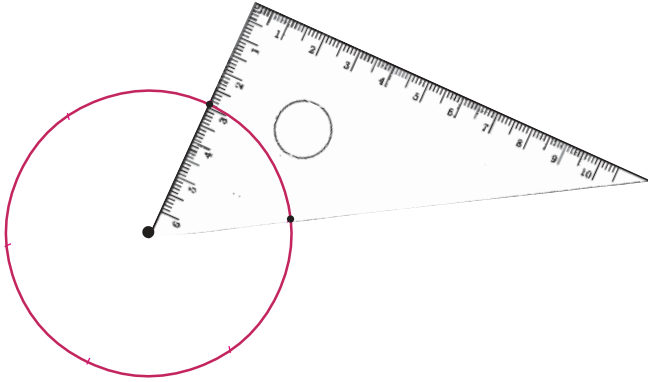


ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ രൂപം എന്താണ്?
 ഇതുപോലെ മറ്റു രണ്ടു വ്യാസങ്ങൾ വരച്ച്, അവയുടെ അഗ്രങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ചുനോക്കൂ. എല്ലായ്പ്പോഴും ഇങ്ങനെത്തന്നെ കിട്ടുമോ?

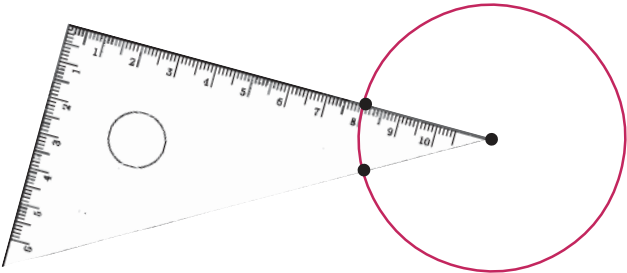
- ഇതുപോലെ മട്ടത്തിലെ വിവിധ മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിൽ മറ്റു രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിനോക്കൂ.



- ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് എത്ര വശങ്ങൾ ഉണ്ട്?



- ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിൽ തുല്യ അകലങ്ങളിൽ എത്ര ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്താം? ഈ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് എത്ര വശങ്ങൾ ഉണ്ട്?



- ഈ മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിൽ തുല്യ അകലങ്ങളിൽ എത്ര ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്താം? ഈ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് എത്ര വശങ്ങൾ ഉണ്ട്?



മട്ടങ്ങളുടെ വിവിധ മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് 24 വശങ്ങളുള്ള ഒരു രൂപം വൃത്തത്തിൽ വരയ്ക്കൂ.

മാന്ത്രികവൃത്തം
ചിത്രം നോക്കൂ.

വൃത്തത്തിലെ കുറേ ബിന്ദുക്കൾ പരസ്പരം യോജിപ്പിച്ചതു കണ്ടില്ലേ? ഇതുപോലെ മറ്റു ബിന്ദുക്കളും പരസ്പരം യോജിപ്പിക്കൂ.

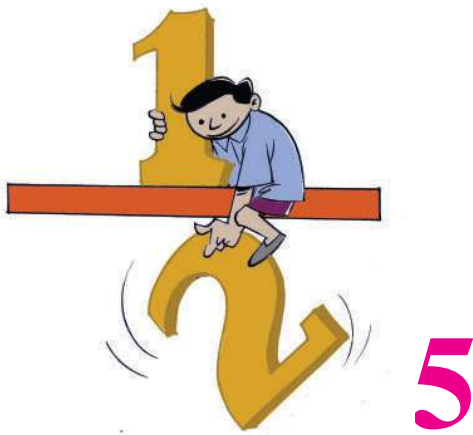
ഒളിഞ്ഞിരിക്കുന്നതാര്?

ചിത്രം വരച്ച് നിറം കൊടുക്കുക. ഇതിൽ എന്തൊക്കെ രൂപങ്ങളുണ്ട്?



തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> • ഉപകരണ സഹായത്താൽ കൃത്യമായ അളവിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> • വൃത്യസ്ത രൂപങ്ങൾ ഒരുമിച്ചു ചേർത്ത് പാറ്റേണുകളും പുതിയ ചിത്രങ്ങളും രൂപീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> • വൃത്തത്തിലെ ആരം, വ്യാസം എന്നീ അളവുകളുടെ പരസ്പരബന്ധം വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു. 			



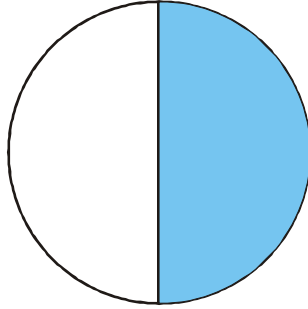
ഭാഗങ്ങളുടെ സംഖ്യ

പകുതി എന്നാൽ...

രണ്ടു ദോശ കഴിച്ചുകഴിഞ്ഞപ്പോൾ മിനി പറഞ്ഞു: “ഇനി ഒരു മുഴുവൻ ദോശ വേണ്ടമേ, അര ദോശ മതി”.

അര ദോശയെന്നാൽ ഒരു ദോശയുടെ പകുതി, അല്ലേ?

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



വട്ടത്തിന്റെ പകുതി നിറം കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. അതായത്, നിറം കൊടുത്തത് പകുതി വട്ടം.

ഈ ചിത്രത്തിലോ?



പകുതി വര നീല, പകുതി വര ചുവപ്പ്.

വരയുടെ നീളം ഒരു മീറ്ററാണെങ്കിലോ?

ഒരു മീറ്ററിന്റെ പകുതി നീളത്തെ അരമീറ്റർ എന്നു പറയാം. അപ്പോൾ അരമീറ്റർ നീല, അര മീറ്റർ ചുവപ്പ്.

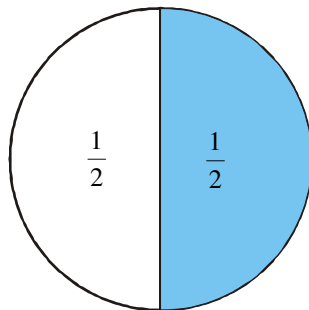
ഒരു ലിറ്റർ പാൽ രണ്ടു കുട്ടികൾക്ക് ഒരേ അളവിൽ കൊടുത്തു. ഒരാൾക്ക് എത്ര കിട്ടി?

ഒരു ലിറ്ററിന്റെ പകുതി, അതായത് അരലിറ്റർ.

രണ്ടു തുല്യഭാഗമാക്കിയതിൽ ഒന്നാണ് പകുതി, അല്ലെങ്കിൽ അര. കണക്കിൽ ഇതെഴു തുന്നത് $\frac{1}{2}$ എന്നാണ്; “അര” എന്നോ “രണ്ടിൽ ഒന്ന്” എന്നോ ആവശ്യം പോലെ വായി ക്കാം.

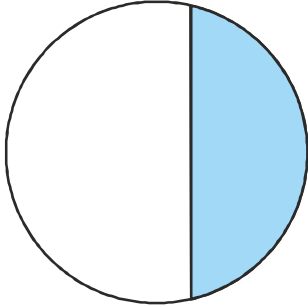
അപ്പോൾ

- മിനിക്കു വേണ്ടത് ദോശയുടെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം.
- വട്ടത്തിൽ നിറം കൊടുത്തത്, അതിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം.



- 1 മീറ്ററിന്റെ പകുതി $\frac{1}{2}$ മീറ്റർ
- 1 ലിറ്ററിന്റെ പകുതി $\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ

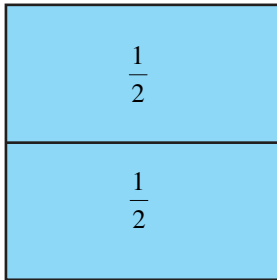
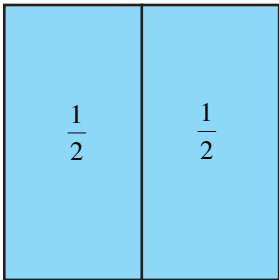
ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്, വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗമാണോ?

അല്ലെന്നു പറഞ്ഞത് എന്തുകൊണ്ടാണ്?

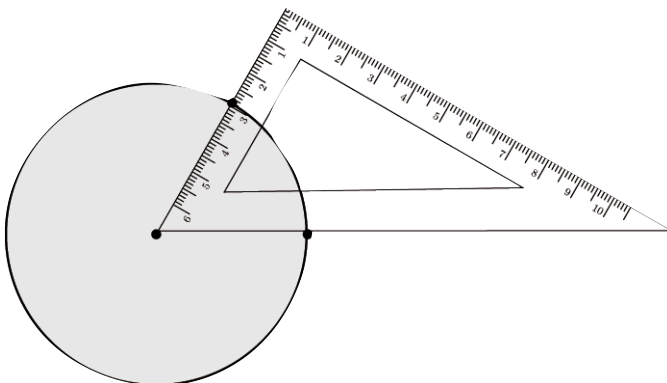
ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം രണ്ടു രീതികളിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്.



ഇനിയേതെങ്കിലും രീതിയിൽ $\frac{1}{2}$ ഭാഗങ്ങളാക്കാമോ? ആലോചിച്ചുനോക്കൂ.

ഭാഗം മൂന്നായാൽ...

മട്ടം ഉപയോഗിച്ച്, ഒരു വൃത്തത്തിൽ ഒരേ അകലത്തിൽ ആറു കൂത്തുകളിടാമല്ലോ.

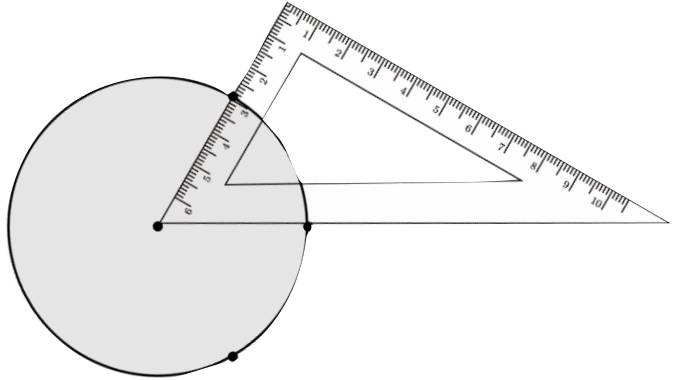


ഭിന്നങ്ങൾ ഭാരതത്തിൽ

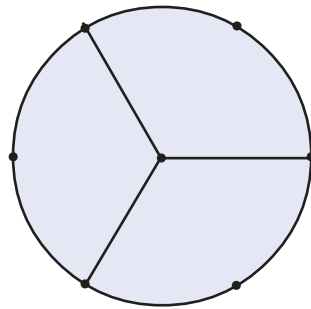
ബി.സി. 500-ൽ എഴുതി എന്ന് കരുതപ്പെടുന്ന **സുൽബ സൂത്രങ്ങളിൽ** ഭിന്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കണ്ടതായി കാണുന്നുണ്ട്. ഈജിപ്റ്റിൽ ഏതാണ്ട് ബി.സി. 3000 മുതൽ തന്നെ ഭിന്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നെങ്കിലും അംശം 1 ആയ ഭിന്നങ്ങൾ മാത്രമാണ് കൈകാര്യം ചെയ്തിരുന്നത്. ഭാരതത്തിൽ എല്ലാതരം ഭിന്നങ്ങളും ഉപയോഗിച്ചിരുന്നു. ഭിന്നങ്ങളുടെ ഉപയോഗവും ക്രിയകളും ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ പ്രാചീനഭാരതത്തിലെ പ്രസിദ്ധ ഗണിതകൃതികളിലെല്ലാം കാണുന്നുണ്ട്.

ബ്രഹ്മഗുപ്തന്റെ ബ്രഹ്മസഫുട സിദ്ധാന്തത്തിലും മഹാവീരന്റെ ഗണിതസാരസംഗ്രഹത്തിലും ഈ കാര്യം വ്യക്തമാക്കുന്നുണ്ട്.

12-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഭാസ്കരാചാര്യ (രണ്ടാമൻ)രുടെ **ലീലാവതി**യിൽ നിരവധി ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളിൽ ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്.




ഇവയിൽ ഒന്നിവിട്ട കുത്തുകൾ മാത്രം കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലോ?







ഈജിപ്തിന്റെ ഭിന്നങ്ങൾ

ബി.സി. 3200 മുതൽതന്നെ ഈജിപ്തിൽ ഭിന്നങ്ങളെ പ്രത്യേക ലിപികൾ ഉപയോഗിച്ച് എഴുതിയിരുന്നു. അംശം 1 ആയ ഭിന്നങ്ങളാണ് ഇവർ പൊതുവെ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നത്; കൂടാതെ $\frac{2}{3}$ ഉം $\frac{3}{4}$ ഉം ഉപയോഗിച്ചിരുന്നതായി കാണാം.

ഈ സമ്പ്രദായത്തിൽ $\frac{1}{3}$ നെ  എന്നാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

മറ്റു ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ചിഹ്നങ്ങൾ.

- $\frac{1}{2}$ = 
- $\frac{2}{3}$ = 
- $\frac{3}{4}$ = 
- $\frac{1}{10}$ = 

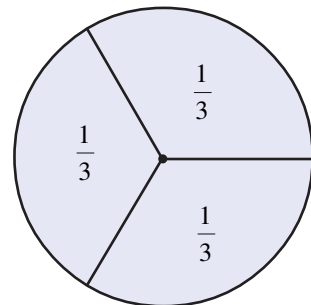


കാർഡ്ബോർഡിൽ വരച്ച്, മുറിച്ചെടുത്തു പരിശോധിക്കൂ; എല്ലാ ഭാഗങ്ങളും തുല്യമാണോ?

അപ്പോൾ ഓരോ ഭാഗവും വൃത്തത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്നു ഭാഗമാണെന്നു പറയാം.

എഴുതുന്നതോ?

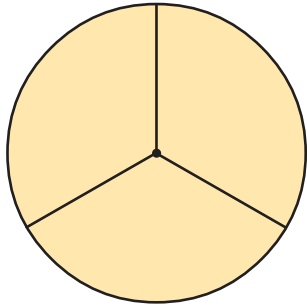
$\frac{1}{3}$ ഭാഗം



1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരട് 3 തുല്യഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം $\frac{1}{3}$ മീറ്റർ.

1 ലിറ്റർ പാൽ മൂന്നു പേർക്കു വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര ലിറ്റർ കിട്ടും?

അച്ഛൻ ഒരു കേക്ക് കൊണ്ടുവന്നു; അമ്മ അതു ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതു പോലെ മൂന്നു കഷണങ്ങളാക്കി.

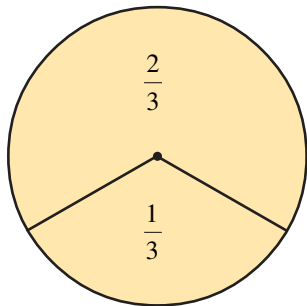


അച്ഛൻ തന്റെ വീതം അഞ്ചുവിനു കൊടുത്തു. അപ്പോൾ അഞ്ചുവിനു രണ്ടു കഷണങ്ങളായി.

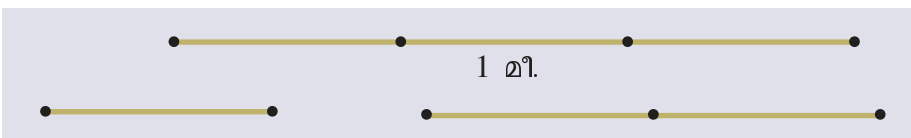
ശരിക്കു പറഞ്ഞാൽ, 3 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 2 ഭാഗം.

ഇതിനെ മൂന്നിൽ രണ്ടു ഭാഗമെന്നു പറയാം; $\frac{2}{3}$ ഭാഗമെന്നെഴുതാം.

അമ്മയ്ക്കു കിട്ടിയ ഭാഗത്തിനെ എങ്ങനെെഴുതും?



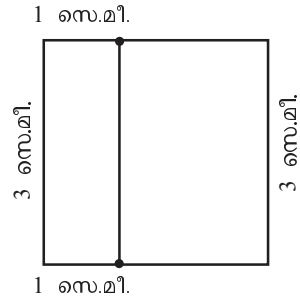
1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരടിൽ മൂന്നു തുല്യഭാഗങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തി. ഒരു കഷണം മുറിച്ചെടുത്തു:



ചെറിയ കഷണത്തിന്റെ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

വലിയ കഷണത്തിന്റെയോ?

ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക, വശങ്ങളോ രോണിനും 3 സെന്റിമീറ്റർ നീളം. ഇനി മുകളിലത്തേയും താഴത്തേയും വശങ്ങളിൽ ഇടത്തുനിന്ന് 1 സെന്റിമീറ്റർ അകലത്തിൽ കുത്തുകളിടുക, അവ യോജിപ്പിക്കുക.



സമചതുരത്തെ രണ്ടു ചതുരങ്ങളായി ഭാഗിച്ചില്ലേ?

ചെറിയ ചതുരം സമചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

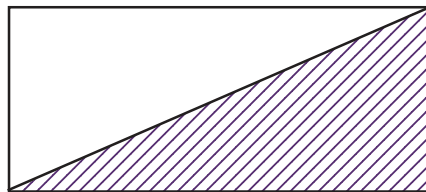
വലിയ ചതുരമോ?

$\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തിന് ചുവപ്പുനിറവും $\frac{2}{3}$ ഭാഗത്തിന് പച്ചനിറവും കൊടുക്കുക.

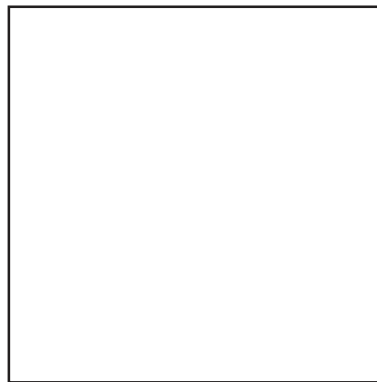
വേറെ ഏതെങ്കിലും രീതിയിൽ സമചതുരത്തെ $\frac{1}{3}$ ഉം $\frac{2}{3}$ ഉം ആയി ഭാഗിക്കാമോ?



- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ നിറം നൽകിയിരിക്കുന്നത് ചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?



- തന്നിരിക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തിന് നിറം നൽകൂ.

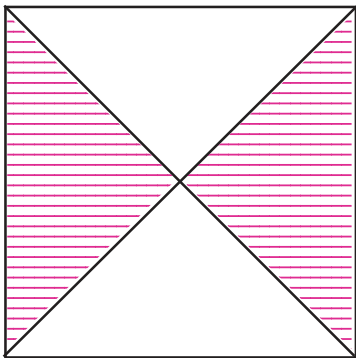


- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗത്തിന് നീല നിറവും ബാക്കി ഭാഗത്തിന് പച്ചനിറവും നൽകുക.



പച്ച നിറം നൽകിയത് ചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?

- 1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഇന്റർക്കിൾ ഒടിച്ച് തുല്യവശങ്ങളുള്ള ത്രികോണമുണ്ടാക്കി. ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമെത്രെ?



ചിത്രത്തിൽ നിറം നൽകിയിരിക്കുന്നത് സമചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?

- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വരയിൽ തുല്യഅകലത്തിലുള്ള ചില ബിന്ദുക്കൾ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.



AD യുടെ നീളം ആകെ നീളത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

AC യുടെ നീളമോ? AE യുടെയോ?



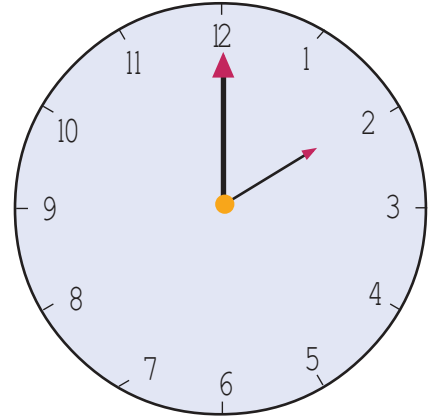
PhET ഫെറ്റ്

അമേരിക്കയിലെ കോളറാഡോ യൂണിവേഴ്സിറ്റിയുടെ ഒരു സംരംഭമാണ് ഫെറ്റ് (PhET). ശാസ്ത്രപഠനം ഏറെ രസകരമാക്കാനുള്ള അനേകം സിമുലേഷനുകൾ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിരിക്കുന്ന സ്വതന്ത്ര സോഫ്റ്റ് വെയറാണിത്. ഇന്റർനെറ്റ് സൗകര്യം ഇല്ലാതെയും ഇത് പ്രവർത്തിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്.

Application → School Resources → PhET എന്ന രീതിയിൽ തുറക്കാം.

ഫെറ്റ് ജാലകത്തിൽ Simulation → Math → Build a fraction തുറന്ന് ഭിന്നസംഖ്യകളെ വിവിധ രീതികളിൽ വിശദീകരിക്കുന്ന സിമുലേഷനുകൾ പ്രവർത്തിപ്പിക്കാം. Fraction Intro യിലും ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ ലഭ്യമാണ്.

- 20 മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ക്ലോക്കിലെ മിനിറ്റ് സൂചി തിരിയുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ എത്രഭാഗമാണ്?

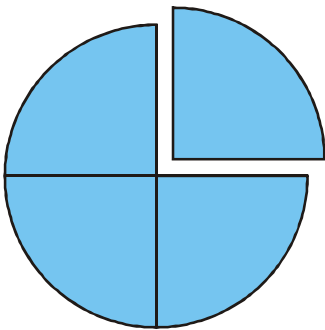
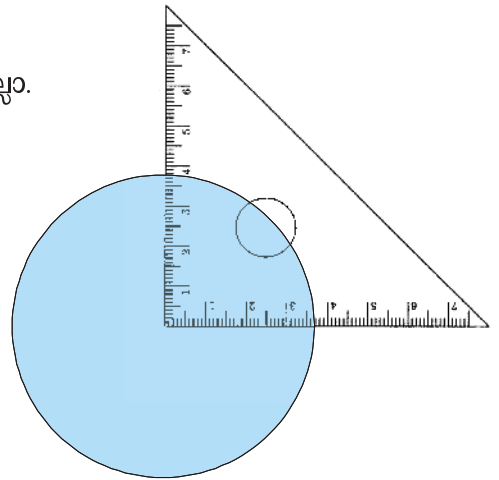


4 മണിക്കൂർ കൊണ്ട് മണിക്കൂർ സൂചി തിരിയുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

മിനിറ്റ് സൂചി 1 ൽ നിന്ന് 9 ലേക്ക് എത്തുമ്പോഴേക്കും തിരിയുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

ഭാഗം പലതരം

മട്ടമുപയോഗിച്ച് വട്ടത്തെ നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കാൻ അറിയാമല്ലോ.



കാർഡ്ബോർഡിൽ ഇതുപോലെ വരച്ച് ഒരു ഭാഗം വെട്ടിയെടുക്കുക.

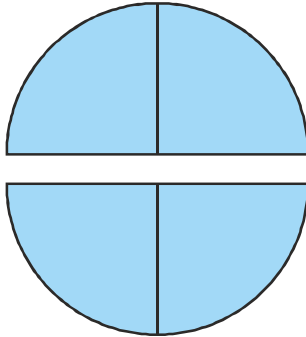
വെട്ടിമാറ്റിയ ചെറിയ കഷണത്തെ വട്ടത്തിന്റെ നാലിലൊന്ന് എന്നു പറയാം; $\frac{1}{4}$ എന്നെഴുതാം.

വലിയ കഷണത്തെയോ?

തൂല്യമായ 4 ഭാഗങ്ങളിൽ 3 എണ്ണം ചേർന്നതാണ് ഇത്. അതിനാൽ ഇതിനെ നാലിൽ മൂന്ന് എന്നു പറയുകയും $\frac{3}{4}$ എന്നെഴുതുകയും ചെയ്യാം.

സാധാരണ ഭാഷയിൽ, $\frac{1}{4}$ നെ “കാൽ” എന്നും $\frac{3}{4}$ നെ “മൂക്കാൽ” എന്നും പറയാറുണ്ട്.

വലിയ കഷണത്തിൽനിന്ന് ഒരു ചെറിയ കഷണംകൂടി മുറിച്ചെടുത്ത്, ആദ്യത്തെ ചെറുകഷണത്തോട് ചേർത്തൊട്ടിച്ചാലോ?



നാട്ടുഭാഷ

സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഭിന്നങ്ങൾക്ക് മലയാളഭാഷയിൽ പേരുകളുണ്ട്.

$\frac{1}{4}$	കാൽ	$\frac{1}{2}$	അര
$\frac{3}{4}$	മൂക്കാൽ	$\frac{1}{8}$	അരക്കാൽ
$\frac{1}{16}$	മാഹാണി		

രണ്ടു കഷണങ്ങളും വട്ടത്തിന്റെ പകുതി തന്നെല്ലേ?

അതായത്, വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം.

“ഈ ഓരോ കഷണവും നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർന്നതാണ്; രണ്ടു കഷണങ്ങളും വട്ടത്തിന്റെ നാലിൽ രണ്ട്”, എന്നാണ് ലൈല പറയുന്നത്.

അതും ശരിതന്നെ. നാലിൽ രണ്ടും പകുതിതന്നെ. അതായത് നാലിൽ രണ്ടും രണ്ടിൽ ഒന്നും മൊത്തത്തിന്റെ പകുതിയാണ്.

കണക്കു ഭാഷയിൽ

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരടിൽ നാലു തൂല്യ ഭാഗങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തി:

ഓരോ ഭാഗവും എത്ര മീറ്റർ?



നടുവിലെ അടയാളത്തിലൂടെ മുറിച്ച് രണ്ടു കഷണങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോ നിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്റർ?

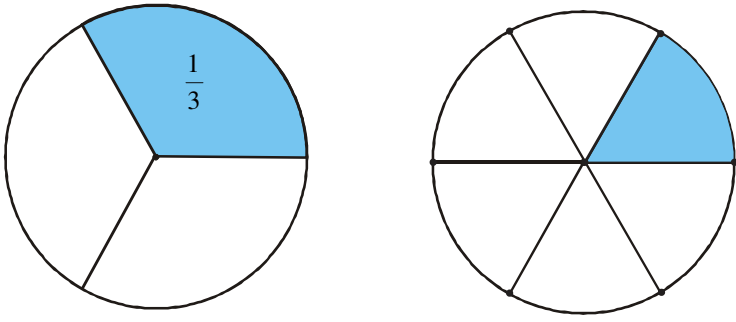


1 മീറ്ററിനെ 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 2 എണ്ണം ചേർന്നതായതിനാൽ $\frac{2}{4}$ മീറ്റർ എന്നു പറയാം.

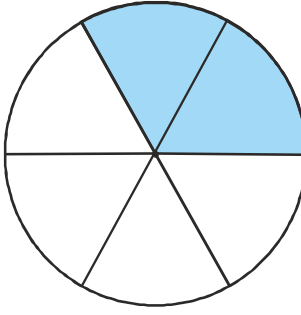
1 മീറ്ററിന്റെ പകുതിയായതിനാൽ $\frac{1}{2}$ മീറ്റർ എന്നു പറയുകയാവും ഭംഗി. (കാര്യം പെട്ടെന്നു പിടികിട്ടുകയും ചെയ്യും).

ഇനി മുമ്പു ചെയ്തതുപോലെ മട്ടംകൊണ്ട് വട്ടത്തിൽ ആറു കുത്തിട്ട് ഒന്നിടവിട്ട കുത്തുകൾ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുക. അതേ വലുപ്പത്തിലുള്ള മറ്റൊരു വട്ടത്തിൽ ഇതുപോലെ കുത്തുകളിട്ട്, എല്ലാ കുത്തുകളും കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുക. ആദ്യത്തെ വട്ടത്തിലെ ഓരോ ഭാഗവും $\frac{1}{3}$.

രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലോ?



രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലെ രണ്ടു ചെറിയ ഭാഗങ്ങൾ ചേർത്ത് നിറം കൊടുത്താലോ?

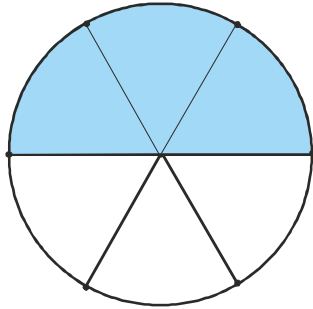


6 സമഭാഗങ്ങളിലെ 2 എണ്ണം ആയതിനാൽ $\frac{2}{6}$ ഭാഗം എന്നു പറയാം. ഈ $\frac{2}{6}$ ഭാഗവും ആദ്യത്തെ വട്ടത്തിലെ നിറം കൊടുത്ത $\frac{1}{3}$ ഭാഗവും ഒന്നുതന്നെയാലോ? (വേണമെങ്കിൽ, രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലെ ഈ രണ്ടു ഭാഗങ്ങൾ വെട്ടിയെടുത്ത്, ആദ്യത്തെ വട്ടത്തിലെ ഒരു ഭാഗത്തോട് ചേർത്തുവെച്ച് നോക്കാം).

അതായത് ആറിൽ രണ്ടും, മൂന്നിലൊന്നും ഒരേ ഭാഗം തന്നെ.

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

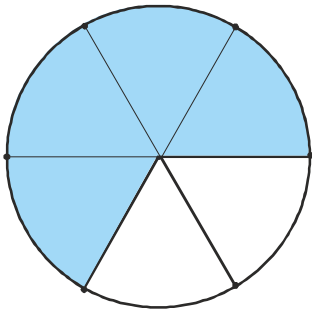
ഇനി രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലെ ഒരു ഭാഗവും കൂടി ചേർത്ത് നിറം കൊടുത്താലോ?



ഇതിൽനിന്ന് എന്തു കിട്ടി?

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ഒരു ഭാഗവും കൂടി ആയാലോ?



ഇതും ആദ്യത്തെ വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഭാഗം ചേർന്നതും ഒത്തുനോക്കൂ:

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



വൃത്തവിജ്ഞാനം

- ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറന്ന് Polygon ടൂൾ എടുക്കുക.

Circle with Centre through Point

പ്രതലത്തിൽ ഒരു സ്ഥലത്ത് ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് മൗസ് നീക്കി മറ്റൊരു സ്ഥലത്ത് ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

ഇനി Line through two Points ടൂൾ എടുത്ത് വൃത്തത്തിന്റെ ഉള്ളിലെ ബിന്ദുവും വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവും ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒരു വര വരയ്ക്കുക.

ടൂൾബാറിൽനിന്ന് Perpendicular line ടൂൾ എടുത്ത്

Tools → Special Line Tools → Perpendicular Line

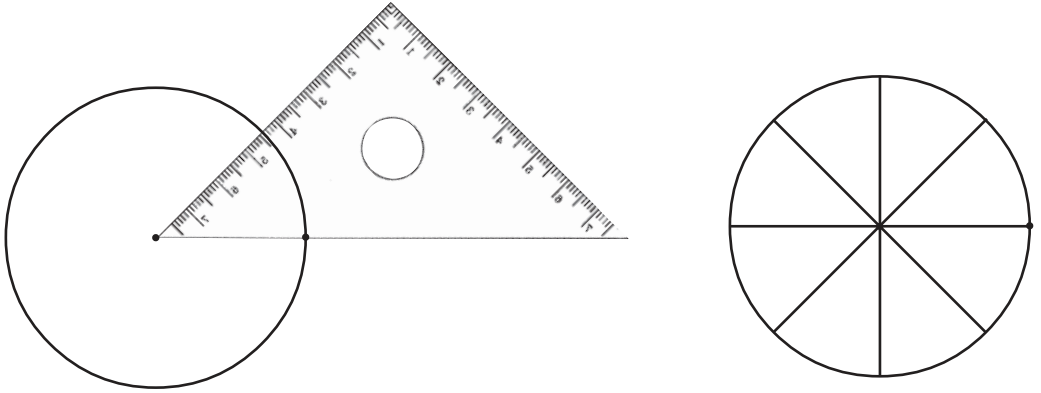
എന്ന ക്രമത്തിൽ ഈ ടൂൾ എടുക്കുക.

Perpendicular Line

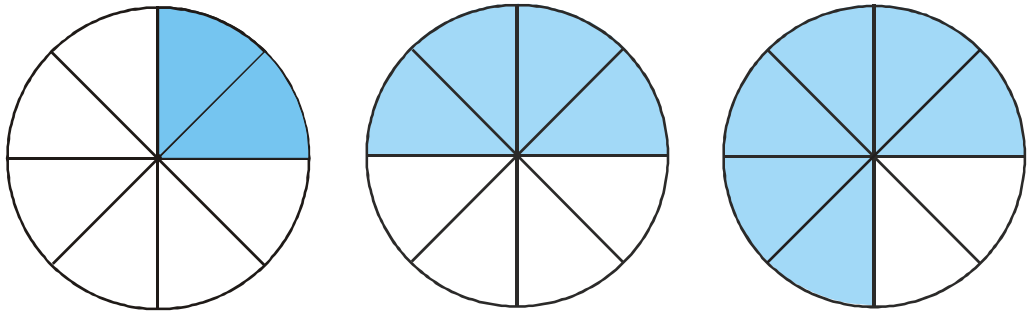
ആദ്യം വരച്ച വരയിലും വൃത്തത്തിന്റെ ഉള്ളിലെ ബിന്ദുവിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒരു വര വരയ്ക്കുക.

ഇപ്പോൾ വൃത്തം എത്ര കക്ഷണമായി? ഓരോ കക്ഷണവും വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

ഇനി ഒരു വട്ടം വരച്ച്, മട്ടത്തിന്റെ ഒരു മൂല ഉപയോഗിച്ച്, അതിനെ എട്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കുക:



ഇതിലെ ഭാഗങ്ങൾ ഈരണ്ടു ചേർത്ത് നിറം കൊടുത്ത ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



ഓരോന്നിന്റെയും ചുവട്ടിൽ വട്ടത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നതെന്ന് രണ്ടു തരത്തിൽ ഭിന്നമായി എഴുതുക.

1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാട 12 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചു:



ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ഈ കഷണങ്ങൾ ഈരണ്ടു വീതം ചേർത്തുവെച്ചു:



ചേർത്തുവെച്ച ഓരോന്നിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

1 മീറ്ററിനെ 12 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 2 എണ്ണം ചേർന്നതായതിനാൽ,

$\frac{2}{12}$ മീറ്റർ.

ചേർത്തുവെച്ച ഓരോ ജോടിയെയും ഒറ്റക്കുറിച്ചായി കണ്ടാലോ?

1 മീറ്ററിന്റെ 6 സമഭാഗങ്ങളിൽ ഒരണ്ണം; അതായത് $\frac{1}{6}$ മീറ്റർ. അതായത്

$$\frac{2}{12} \text{ മീറ്റർ} = \frac{1}{6} \text{ മീറ്റർ}$$

12 കഷണങ്ങളെ മൂന്നു മൂന്നായി ചേർത്തുവെച്ചാലോ?



ചേർത്തുവെച്ച ഓരോന്നിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ഇതിൽനിന്ന് എന്തു മനസ്സിലായി?

$$\frac{3}{12} \text{ മീറ്റർ} = \dots \text{ മീറ്റർ}$$

നാലായി ചേർത്തുവെച്ചാലോ?



ഓരോന്നിന്റെയും നീളം

$$\dots \text{ മീറ്റർ} = \dots \text{ മീറ്റർ}$$

ഇനി ആദ്യത്തെ 12 കഷണങ്ങളെ ചുവടെ കാണുന്നതുപോലെ യോജിപ്പിച്ച് രണ്ടു ഭാഗമാക്കിയാലോ?



വലിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം

$$\dots \text{ മീറ്റർ} = \dots \text{ മീറ്റർ}$$

ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം

$$\dots \text{ മീറ്റർ} = \dots \text{ മീറ്റർ}$$

ഇങ്ങനെയാണ് ചേർത്തുവെക്കുന്നതെങ്കിലോ?



വലിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം

$$\dots \text{ മീറ്റർ} = \dots \text{ മീറ്റർ}$$

ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം

$$\dots \text{ മീറ്റർ} = \dots \text{ മീറ്റർ}$$

നിറം നൽകൂ.

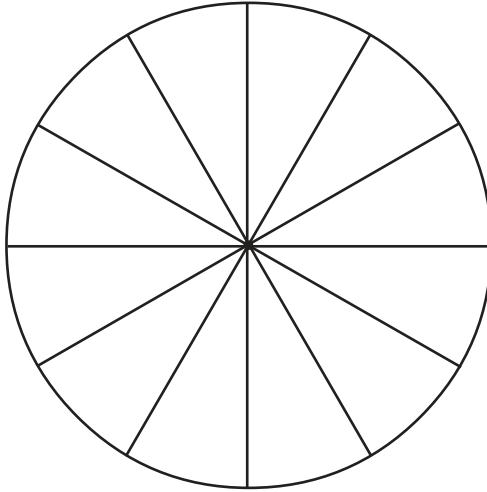
$\frac{1}{4}$ ഭാഗം $\frac{1}{3}$ ഭാഗം

$\frac{1}{8}, \frac{1}{16}$ ഭാഗം

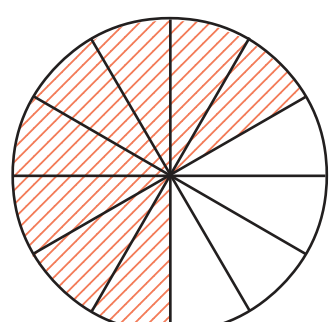
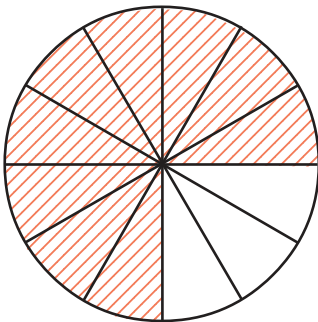
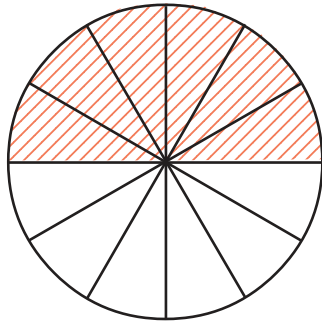
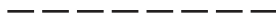
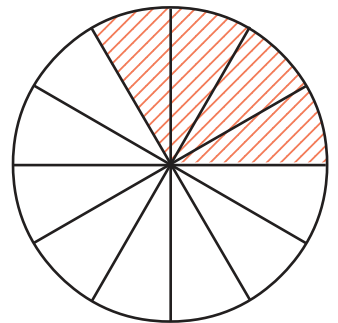
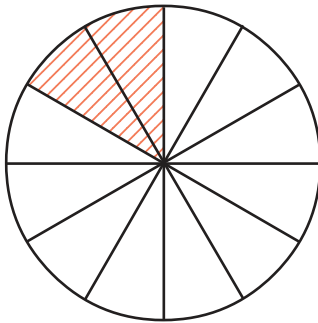
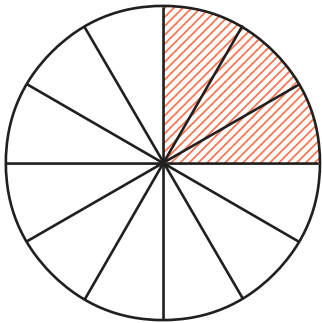


ചെയ്തുനോക്കാം

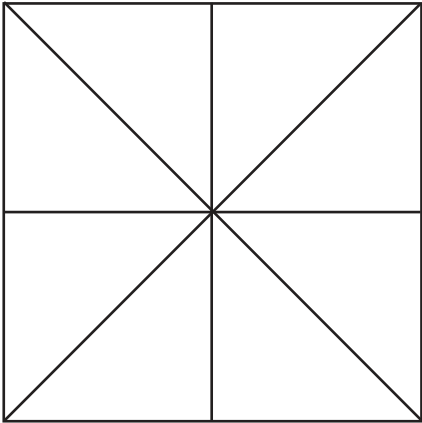
- ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, അതിനെ മട്ടത്തിന്റെ മൂല ഉപയോഗിച്ച് 12 തുല്യ ഭാഗങ്ങളാക്കിയിരിക്കുന്നു.



ഇതിലെ ചില ഭാഗങ്ങൾക്ക് നിറം നൽകിയ ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നത്. ഓരോന്നിലും നിറം നൽകിയിരിക്കുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ ഏത്ര ഭാഗമാണെന്ന് രണ്ടു തരത്തിൽ ഭിന്നമായി എഴുതുക.



- ഒരു സമചതുരത്തെ കുറേ തുല്യഭാഗങ്ങളായി ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു.



സമചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{8}$ ഭാഗം ചുവപ്പു നിറം നൽകുക. $\frac{1}{4}$ ഭാഗം നീല നിറവും $\frac{1}{2}$ ഭാഗം പച്ച നിറവും നൽകുക.
 നിറം നൽകാത്തത് എത്ര ഭാഗമാണ്?

മുഴുവനും ഭാഗവും

ഒന്നര ലിറ്റർ പാൽ, ഒന്നേകാൽ മീറ്റർ തൂണി, രണ്ടര കിലോഗ്രാം പയർ എന്നെല്ലാം പറയുന്നതു കേട്ടിട്ടില്ലേ?

എന്താണിവയുടെ അർത്ഥം?

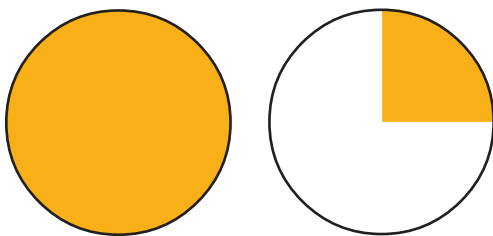
ഒരു പാത്രത്തിൽ ആദ്യം ഒരു ലിറ്റർ പാലും, പിന്നെ ഒരു ലിറ്ററിന്റെ പകുതിയും ഒഴിച്ചാൽ പാത്രത്തിൽ ആകെ എത്ര ലിറ്റർ പാലായി?

ഒരു ലിറ്ററും അര ലിറ്ററും ചേർന്നാൽ ഒന്നര ലിറ്റർ, ഇതെഴുതുന്നത് $1\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ എന്നും.

രണ്ടു ലിറ്ററും പിന്നെ ഒരു ലിറ്ററിന്റെ നാലിലൊന്നുമാണ് എടുക്കുന്നതെങ്കിൽ രണ്ടേകാൽ ലിറ്റർ.

എഴുതുന്നത് $2\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ.

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



ത്രികോണത്തിൽ ത്രികോണം

- ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ് വെയർ തുറന്ന് Polygon ടൂൾ എടുക്കുക.

പ്രതലത്തിൽ മൂന്നു വ്യത്യസ്ത സ്ഥലങ്ങളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ശേഷം തുടങ്ങിയ സ്ഥലത്തു തന്നെ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

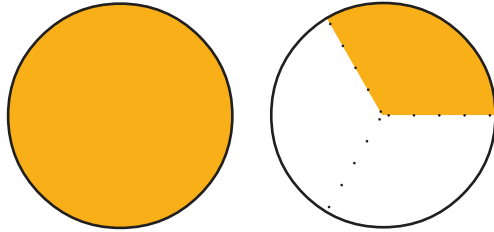
ടൂൾബാറിൽനിന്ന് Mid Point or Centre ടൂൾ എടുത്ത് ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോവശങ്ങളിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് നോക്കൂ. ഇപ്പോൾ ഓരോ വശത്തിന്റെയും മധ്യബിന്ദുക്കൾ കിട്ടിയില്ലേ.

വീണ്ടും Polygon ടൂൾ എടുത്ത് ഈ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ത്രികോണംകൂടി വരക്കൂ. ഓരോ ത്രികോണവും വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

ആദ്യത്തെ വട്ടം മുഴുവനായി നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

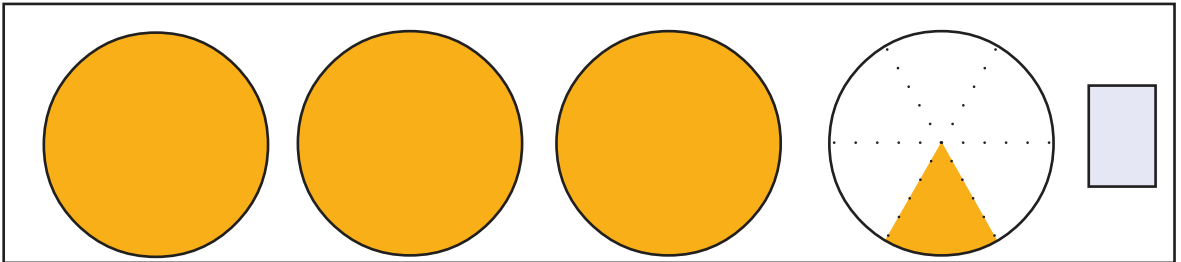
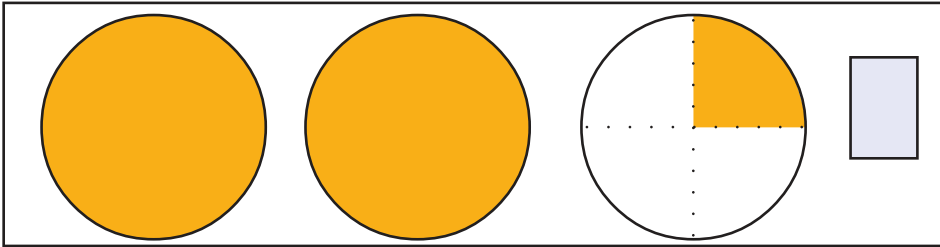
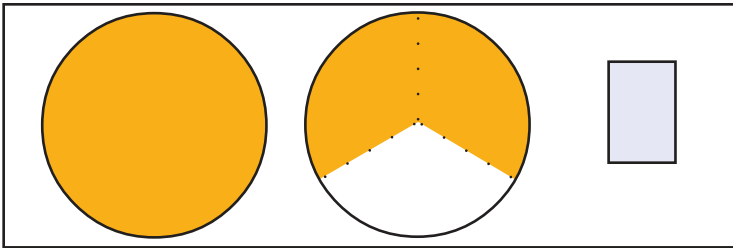
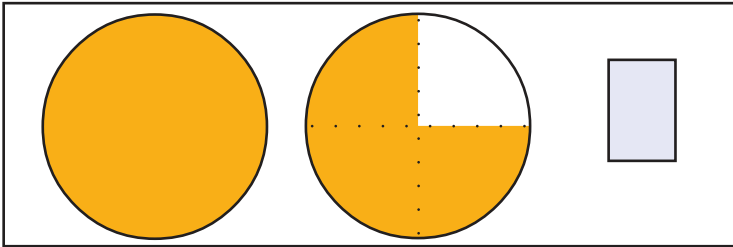
രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്?

അപ്പോൾ ആകെ $1\frac{1}{4}$ വട്ടത്തിന് നിറം കൊടുത്തു എന്നു പറയാം. ഈ ചിത്രത്തിലോ?



ഒന്നും മൂന്നിലൊന്നും; എഴുതുന്നത് $1\frac{1}{3}$

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ചിത്രത്തിലും എത്ര വട്ടത്തിനാണ് നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് എന്നു പറയുക; സംഖ്യയായി എഴുതുകയും വേണം.

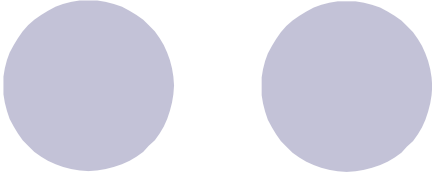


വീതിക്കുമ്പോൾ

6 കേക്ക് 3 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര കേക്ക് കിട്ടും?

3 കേക്കേ ഉള്ളുവെങ്കിലോ?

ഇനി 2 കേക്ക് 3 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിക്കണമെങ്കിലോ?

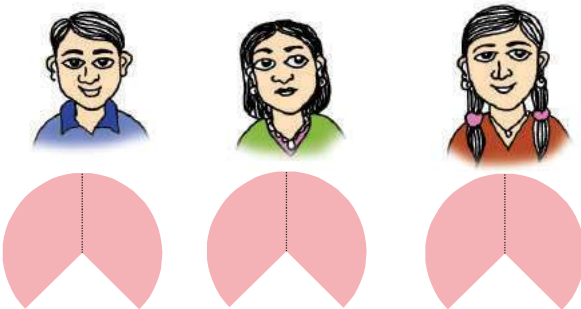


എങ്ങനെ വീതിക്കും?

ആദ്യം ഒരു കേക്ക് മൂന്നായി മുറിച്ച്, ഓരോരുത്തർക്കും കൊടുക്കുക.



ഇനി അടുത്ത കേക്കും ഇതുപോലെ മുറിച്ചു കൊടുക്കുക.



അപ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു കേക്കിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം കിട്ടി.

ഇതുപോലെ 3 കേക്ക് 4 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു കേക്കിന്റെ എത്ര ഭാഗം കിട്ടും? ആലോചിച്ചുനോക്കൂ.



JfractionLab

- ഭിന്നങ്ങൾ രൂപീകരിക്കാനും അവയെ വിശദീകരിക്കാനും സഹായകമായ ഒരു സ്വതന്ത്രസോഫ്റ്റ് വെയറാണ് ജെഫ്രാക്ഷൻലാബ് (JfractionLab)

Application → Education → JfractionLab

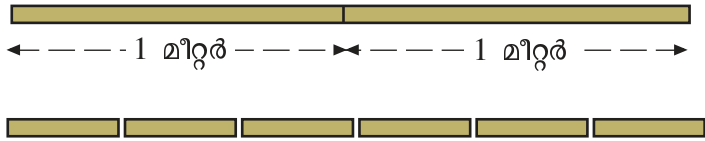
എന്ന ക്രമത്തിൽ ഈ സോഫ്റ്റ്വെയർ തുറക്കാം.

Clicking the Numerator, Defining fraction എന്നീ ഭാഗങ്ങളിലുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചെയ്തുനോക്കൂ.

അളവും ഭാഗവും

2 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാട 3 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ആദ്യം ഓരോ മീറ്ററിനെയും 3 സമഭാഗങ്ങളാക്കുന്നതായി സങ്കല്പിക്കാം:



ഇപ്പോൾ 6 സമഭാഗങ്ങളായി; നമുക്കു വേണ്ടത് 3 ഉം.

ഈ രണ്ടെണ്ണം വീതം ചേർത്തുവെച്ചാലോ?



ഈ മൂന്നു കഷണങ്ങളിൽ ഓരോന്നിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

അളവുകളും പേരുകളും

ഒരു മീറ്റർ എന്ന നീളം 100 സെന്റിമീറ്ററാണല്ലോ. അപ്പോൾ ഒരു സെന്റിമീറ്റർ നീളം, ഒരു മീറ്റർ നീളത്തിന്റെ $\frac{1}{100}$ ഭാഗമാണ്. ഇതുപോലെ 1 മില്ലിമീറ്റർ നീളം, 1 സെന്റിമീറ്ററിന്റെ $\frac{1}{10}$ ഭാഗമാണ്.

ഒരു മില്ലിലിറ്റർ ഒരു ലിറ്ററിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

ഒരു ഗ്രാം ഒരു കിലോഗ്രാമിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

1 മീറ്ററിനെ 3 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർന്നതാണ് ഓരോന്നും. അതായത് $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ.

അപ്പോൾ എന്തു മനസ്സിലായി?

2 മീറ്ററിനെ മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ.



- 2 മീറ്റർ റിബൺ 5 പേർ വീതിച്ചെടുത്താൽ, ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര മീറ്റർ റിബൺ കിട്ടും? ഇത് എത്ര സെന്റിമീറ്റർ ആണ്?
- 3 ലിറ്റർ പാൽ 4 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര ലിറ്റർ കിട്ടും? ഇത് എത്ര മില്ലിലിറ്ററാണ്?
- 6 കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാര 8 പൊതികളാക്കണം. എല്ലാ പൊതികളിലും ഒരേ തൂക്കമായിരിക്കണം. ഓരോ പൊതിയിലും എത്ര കിലോഗ്രാം നിറയ്ക്കണം? ഇത് എത്ര ഗ്രാം ആണ്?

"അരയുടെ പകുതി മൂക്കാലിന്റെ മൂന്നിലൊന്നാണ്."

നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായം എന്ത്?
 ഒരു വൃത്തം വരച്ച് ഭാഗങ്ങളാക്കി പരിശോധിക്കൂ.

- 1 മീറ്റർ, 2 മീറ്റർ നീളങ്ങളുള്ള നാടകളാണ് ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നത്.



1 മീറ്റർ നാടയുടെ $\frac{2}{5}$ ഭാഗം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

2 മീറ്റർ നാടയുടെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

1 മീറ്ററിന്റെ $\frac{2}{5}$ ഭാഗവും 2 മീറ്ററിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗവും തമ്മിൽ എന്താണു ബന്ധം?

- അനുവിനും പ്രിയക്കും $\frac{3}{4}$ മീറ്റർ റിബൺ വേണം. അനുവിന്റെ കൈവശം 1 മീറ്റർ റിബണും പ്രിയയുടെ കൈവശം 3 മീറ്റർ റിബണുമാണ് ഉള്ളത്. ഓരോരുത്തരും $\frac{3}{4}$ മീറ്റർ റിബൺ അവരുടെ കൈവശമുള്ള റിബണിൽ നിന്നും മുറിച്ചെടുക്കുന്നത് എങ്ങനെ?

ശിഷ്ടവും ദിനവും

2 കേക്ക് മൂന്നു പേർക്കു തുല്യമായി വീതിച്ചപ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു കേക്കിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം കിട്ടുന്നു.

മറിച്ചായാലോ?

3 കേക്ക്, 2 പേർക്ക് തുല്യമായി എങ്ങനെ വീതിക്കും.

ആദ്യം ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു മുഴുവൻ കേക്ക് കൊടുക്കാം. പിന്നെ മിച്ചമുള്ള 1 കേക്ക് 2 ഭാഗമാക്കി കൊടുക്കാം.

അപ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും $1\frac{1}{2}$ കേക്ക്.

5 കേക്കാണെങ്കിലോ?

ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറന്ന് Segment between Two Points ടൂൾ എടുത്ത് ഒരു വര വരയ്ക്കൂ. ഈ വരയെ രണ്ടു തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കാമോ? Mid Point or Center ടൂൾ ഉപയോഗിച്ചുനോക്കൂ. ഓരോ ഭാഗവും ആകെ നീളത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗം? ഇതുപോലെ തന്നെ വരയെ എത്ര ഭാഗങ്ങളാക്കി വിഭജിക്കാം, 4, 8, 16, ... അല്ലേ?

ആദ്യം 2 കേക്ക് വീതം കൊടുക്കാം. പിന്നെ മിച്ചമുള്ള ഒരേണ്ണം പകുതിയാക്കി കൊടുക്കാം.

അപ്പോൾ ഒരാൾക്ക് $2\frac{1}{2}$ കേക്ക്.



വരയെ 3 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി വിഭജിക്കാമോ?

(Circle with Center and Radius, Intersect Two Objects എന്നിടുകൾ ഉപയോഗിക്കാം).

ഇതിൽ ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയായിരിക്കും? വലിയ വൃത്തത്തിന്റെയോ?

ഇതുപോലെ 9 ലിറ്റർ പാൽ 4 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാലോ?

ഓരോ ലിറ്റർ വീതം കൊടുത്താൽ മിച്ചം 5 ലിറ്റർ. അപ്പോൾ ഇനിയും ഓരോ ലിറ്റർ വീതം കൊടുക്കാം. മിച്ചം 1 ലിറ്റർ.

ഇങ്ങനെ വീണ്ടും വീണ്ടും 4 കുറയ്ക്കുന്നതിനു പകരം ഹരിച്ചു നോക്കിയാൽപ്പോരേ?

9 നെ 4 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ - ഫലം 2, ശിഷ്ടം 1

അതായത്, 2 ലിറ്റർ വീതം 4 പേർക്ക് കൊടുക്കാം, 1 ലിറ്റർ ബാക്കി. ഇതും 4 പേർക്ക് വീതിച്ചാലോ?

ഒരാൾക്ക് $\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ.

അപ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും ആകെ $2\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ.

20 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പിച്ചുരുൾ, ഒരേ നീളമുള്ള 3 ഭാഗമാക്കി. ഒരു കക്ഷണത്തിന്റെ നീളമെത്ര മീറ്ററാണ്?

20 നെ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ - ഫലം 6, ശിഷ്ടം 2

അതായത്, 6 മീറ്റർ വീതം നീളമുള്ള 3 കക്ഷണങ്ങളാക്കിയാൽ 2 മീറ്റർ ബാക്കിയാകും.

ഇതിനേയും മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ?

ഓരോ ഭാഗവും $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ

ആകെ $6\frac{2}{3}$ മീറ്റർ



- 8 മീറ്റർ റിബൺ 5 പേർ തുല്യമായി വീതിച്ചെടുത്താൽ, ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര മീറ്റർ റിബൺ കിട്ടും? ഇത് മീറ്ററും സെന്റിമീറ്ററുമായി പറയാമോ?

- 15 ലിറ്റർ മണ്ണെണ്ണ, ഒരേപോലെയുള്ള 4 പാത്രത്തിൽ നിറച്ചു. ഒരു പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ മണ്ണെണ്ണയുണ്ട്? ഇത് ലിറ്ററും മില്ലിലിറ്ററും ആയി പറയാമോ?

- 30 കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാര 8 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര കിലോഗ്രാം വീതം കിട്ടും? ഇത് കിലോഗ്രാമും ഗ്രാമും ആയി എങ്ങനെ പറയാം?

ഭിന്നവും ഹരണവും

2 മീറ്ററിനെ 3 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ നീളം $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ എന്നാണ് എഴുതുന്നത്.

3 മീറ്ററിനെ 2 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ നീളം $1\frac{1}{2}$ മീറ്റർ എന്നാണ് സാധാരണയായി എഴുതുന്നത്.

ആദ്യത്തെ കണക്കിലെന്ന്പോലെ ഇതിനെ $\frac{3}{2}$ മീറ്റർ എന്നും എഴുതാറുണ്ട് (വായിക്കുന്നത്, “മൂന്ന് ഭാഗം രണ്ട്” എന്നും). അതായത്

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

ഇതുപോലെ 5 നെ 2 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ അതിലോരോന്നിനെയും $\frac{5}{2}$ എന്നെഴുതാം.

ശരിക്കു പറഞ്ഞാൽ, 5 ലിറ്റർ പാൽ 2 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര ലിറ്റർ പാൽ കിട്ടും?

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

ഇതുപോലെ 9 നെ 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോ ഭാഗത്തെയും എങ്ങനെ എഴുതാം?

ഇതിനെ സാധാരണ രീതിയിൽ എണ്ണൽസംഖ്യയും ഭിന്നവുമായി എഴുതിയാലോ?

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

അപ്പോൾ മറ്റൊരു ചോദ്യം: 6 മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരട് 2 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ഇപ്പോൾ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച് ഇത് എങ്ങനെ എഴുതാം?

$$\frac{6}{2} = 3$$

മനക്കണക്ക്

- $1\frac{1}{4}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള എത്ര കമ്പുകൾ ചേർത്തുവെച്ചാൽ 5 മീറ്റർ നീളം കിട്ടും?
- $1\frac{2}{3}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള എത്ര കമ്പുകൾ ചേർത്തുവെച്ചാൽ 5 മീറ്റർ കിട്ടും?
- $4\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ വെള്ളംകൊണ്ട് $\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ കൊള്ളുന്ന എത്ര കുപ്പികളിൽ നിറക്കാം?



6 നെ രണ്ടു തുല്യഭാഗമാക്കുന്ന ക്രിയയെ $6 \div 2$ എന്നാണല്ലോ എഴുതുന്നത്. അതായത്.

$$\frac{6}{2} = 6 \div 2 = 3$$

ഇതുപോലെ

$$\frac{6}{3} = 6 \div 3 = 2$$

6 മീറ്റർ ചരടിനെ 6 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ?

$$\frac{6}{6} = 6 \div 6 = 1$$

5 നെ 5 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലും ഫലം 1 തന്നെയല്ലേ. അപ്പോൾ

$$\frac{5}{5} = 1$$

$\frac{7}{3}$ നെ എങ്ങനെ പിരിച്ചെഴുതും?

7 നെ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം 2 ഉം ശിഷ്ടം 1 ഉം ആണല്ലോ. ഈ ശിഷ്ടത്തെയും 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ $\frac{1}{3}$ കിട്ടും. അപ്പോൾ

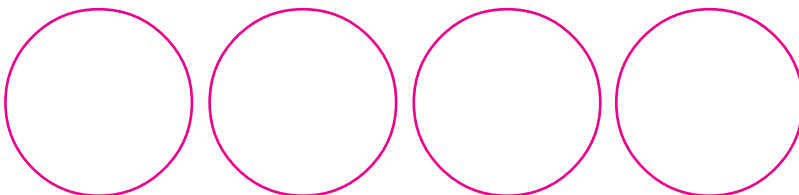
$$\frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

ഇതുപോലെ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ഭിന്നസംഖ്യയേയും എണ്ണൽസംഖ്യയും ഭിന്നസംഖ്യയും ചേർന്ന രൂപത്തിൽ പിരിച്ചെഴുതുക.

$$\frac{17}{2}, \frac{17}{3}, \frac{17}{4}, \frac{17}{5}, \frac{17}{6}, \frac{16}{6}$$



- 7 മീറ്റർ തൂണി നാലു പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര മീറ്റർ തൂണി കിട്ടും?
- 34 രൂപ നാലു പേർക്ക് തുല്യമായി ഭാഗിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര രൂപ കിട്ടും? ഇത് രൂപയും പൈസയുമായി എങ്ങനെ എഴുതാം?



റിയാസ്, രാജേഷ്, രാഗേഷ് എന്നിവർ 4 കേക്ക് വാങ്ങി. തുല്യമായി ഭാഗിച്ച ശേഷം രാഗേഷിന്റെ വിഹിതം എടുത്തു മാറ്റി. ബാക്കി വരുന്ന കേക്കിന്റെ ചിത്രം വരയ്ക്കുക. ഇനി റിയാസിന്റെ വിഹിതവും എടുത്തുമാറ്റിയാൽ ബാക്കിവരുന്ന കേക്കിന്റെ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ ഒന്നാമത്തെ കോളത്തിലെ സംഖ്യകൾക്ക് തുല്യമായ സംഖ്യകൾ രണ്ടാമത്തെ കോളത്തിൽ ക്രമം തെറ്റിച്ചാണ് എഴുതിയിരിക്കുന്നത്. സംഖ്യകളെ ക്രമം ശരിയാക്കി എഴുതുക.

കോളം 1	കോളം 2
$\frac{6}{8}$	$1\frac{1}{2}$
$\frac{8}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{12}{8}$	$\frac{16}{10}$
$\frac{8}{5}$	$2\frac{2}{3}$
$\frac{4}{6}$	$3\frac{3}{4}$

ഈ ചിത്രത്തിലെ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന നിറങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഭിന്ന സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

- 1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാടയിൽ നിന്നും $\frac{4}{3}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാട അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുമോ? 4 മീറ്റർ നീളമുള്ള നാടയിൽ നിന്നും ഇതെങ്ങനെ അളന്നെടുക്കും? 2 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാടയിൽ നിന്നും ഇതെങ്ങനെ അളന്നെടുക്കും?

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ



പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> ഭിന്നസംഖ്യയെ മുഴുവന്റെ ഭാഗമായി വ്യാഖ്യാനിക്കുവാൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഹരണരൂപത്തിലുള്ള ഒരു ക്രിയ ഭിന്നരൂപത്തിൽ പറയാനും എഴുതാനും കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ശിഷ്ടം വരുന്ന ഹരണ സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഹരണഫലം ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിൽ പറയാനും എഴുതാനും കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> അളവുകളിലെ വലിയ യൂണിറ്റിന്റെയും ചെറിയ യൂണിറ്റിന്റെയും ബന്ധം ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിൽ പ്രകടിപ്പിക്കുവാൻ കഴിയുന്നു. 			
<ul style="list-style-type: none"> ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയ്ക്ക് തന്നെ പല രൂപങ്ങളുണ്ടെന്ന് വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു. 			

ഗണിതം

ഭാഗം - 2

സ്റ്റാൻഡേർഡ് V



കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം
2016

ദേശീയഗാനം

ജനഗണമന അധിനായക ജയഹേ
 ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ,
 പഞ്ചാബസിന്ധു ഗുജറാത്ത മറാഠാ
 ദ്രാവിഡ ഉൽക്കല ബംഗാ,
 വിന്ധ്യഹിമാചല യമുനാഗംഗാ,
 ഉച്ഛല ജലധിതരംഗാ,
 തവശുഭനാമേ ജാഗേ,
 തവശുഭ ആശിഷ മാഗേ,
 ഗാഹേ തവ ജയ ഗാഥാ
 ജനഗണമംഗലദായക ജയഹേ
 ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ.
 ജയഹേ, ജയഹേ, ജയഹേ,
 ജയ ജയ ജയ ജയഹേ!

പ്രതിജ്ഞ

ഇന്ത്യ എന്റെ രാജ്യമാണ്. എല്ലാ ഇന്ത്യക്കാരും എന്റെ സഹോദരീ സഹോദരന്മാരാണ്.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തെ സ്നേഹിക്കുന്നു; സമ്പൂർണ്ണവും വൈവിധ്യപൂർണ്ണവുമായ അതിന്റെ പാരമ്പര്യത്തിൽ ഞാൻ അഭിമാനം കൊള്ളുന്നു.

ഞാൻ എന്റെ മാതാപിതാക്കളെയും ഗുരുക്കന്മാരെയും മുതിർന്നവരെയും ബഹുമാനിക്കും.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തിന്റെയും എന്റെ നാട്ടുകാരുടെയും ക്ഷേമത്തിനും ഐശ്വര്യത്തിനും വേണ്ടി പ്രയത്നിക്കും.

Prepared by :

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
 Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in

E-mail : scertkerala@gmail.com

Phone : 0471-2341883, Fax : 0471-2341869

Typesetting and Layout : SCERT

First Edition : 2014, Reprint : 2016

Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30

© Department of Education, Government of Kerala

പ്രിയപ്പെട്ട കുട്ടികളേ,

സംഖ്യകളും രൂപങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട്
കുറേയേറെ കാര്യങ്ങൾ നാം മനസ്സിലാക്കി.

കുറേക്കൂടി വലിയ സംഖ്യകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ,
അവയുടെ ക്രിയകൾ, ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്ന
പ്രശ്നങ്ങൾ, സംഖ്യാപ്രത്യേകതകൾ
തുടങ്ങിയവ നമുക്ക് ചർച്ചചെയ്യാം.

ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പുതിയ ആശയങ്ങൾ,
നിർമ്മിതികൾ
തുടങ്ങിയവ പരിചയപ്പെടാം.

യുക്തിപരമായി ചിന്തിച്ചും കൃത്യതയോടെ വരച്ചും
ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തിയും.....
നമുക്ക് ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ മുന്നേറാം.

ആശംസകളോടെ,

ഡോ. ജെ. പ്രസാദ്
ഡയറക്ടർ
എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

പാഠപുസ്തക രചന

ശില്പശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ

രമേശൻ എൻ.കെ.
എച്ച്.എസ്.എ.
ആർ.ജി.എം.എച്ച്.എസ്.എസ്, പാനൂർ,
കണ്ണൂർ

കുഞ്ഞഹമ്മദ് ടി.പി.
പി.ഡി. ടീച്ചർ, ജി.എം.യു.പി. സ്കൂൾ
തിരുവള്ളൂർ

ടി.പി. പ്രകാശൻ
എച്ച്.എസ്.എ, ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
വാഴക്കാട്, മലപ്പുറം

രവികുമാർ ടി.എസ്.
പി.ഡി.ടീച്ചർ, ജി.യു.പി.എസ്.
അഞ്ചച്ചവടി, മലപ്പുറം

അനിത വി.എസ്.
ലക്ചറർ, ഡയറ്റ്, തിരുവനന്തപുരം

സുശീലൻ കെ.
ബി.ആർ.സി. ട്രെയിനർ, തിരുർ
മലപ്പുറം

വാസുദേവൻ കെ.പി.
മാസ്റ്റർ ട്രെയിനർ, ഐ.ടി. @ സ്കൂൾ
പ്രോജക്ട്, തൃശ്ശൂർ

വീരാൻകുട്ടി കെ.
യു.പി.എസ്.എ, സി.എച്ച്.എം.കെ.എം.
യു.പി.എസ്, മുണ്ടക്കുളം, മലപ്പുറം

റവായത്ത് എം.കെ.
ടീച്ചർ, ജി.എച്ച്.എസ്. ബേമ്മണ്ണൂർ.
പാലക്കാട്

കൃഷ്ണദാസ് പലേരി
ടീച്ചർ, ജി.യു.പി.എസ്, കൊടിയമ്മ.
കാസർഗോഡ്

വിദഗ്ധർ

ഡോ. രമേഷ്കുമാർ പി.
അസി. പ്രൊഫസർ, കേരള സർവകലാശാല

ഡോ. മുതാസ് എൻ.എസ്.
അസോ. പ്രൊഫസർ, ഫാറൂഖ് ട്രെയിനിങ് കോളേജ്, കോഴിക്കോട്

ചിത്രകാരന്മാർ

ധനേശൻ എം.വി.
എ.വി.എസ്.ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്,
കരിവള്ളൂർ, കണ്ണൂർ

കുഞ്ഞിരാമൻ പി.സി.
ഡയറ്റ്, എറണാകുളം

ഹരികുമാർ കെ.ബി.
കഴക്കൂട്ടം, തിരുവനന്തപുരം

ഹരി ചാരുത
നേമം, തിരുവനന്തപുരം

അക്കാദമിക് കോഡിനേറ്റർമാർ

സുജിത് കുമാർ ജി.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

അരുൺ ജ്യോതി എസ്.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

ഡോ. ലിഡ്സൺരാജ് ജെ.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

ഉള്ളടക്കം

6.	പരപ്പിന്റെ അളവ്	91
7.	സംഖ്യകൾക്കുള്ളിൽ	103
8.	ഭാഗങ്ങൾ ചേരുമ്പോൾ	121
9.	ചിത്രങ്ങൾ വായിക്കാം	142

ഈ പുസ്തകത്തിൽ സൗകര്യത്തിനായി ചില ചിഹ്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു.



ICT സാധ്യത



ചെയ്തുനോക്കാം



പ്രോജക്ട്



തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

6

പരപ്പിന്റെ അളവ്



വലുതേത്?

റെയിൽവേ സ്റ്റേഷനിൽ രണ്ടു തീവണ്ടികൾ നിർത്തിയിട്ടിരിക്കുന്ന ചിത്രം കണ്ടല്ലോ. ഇതിൽ ഏതിനാണ് നീളം കൂടുതൽ?

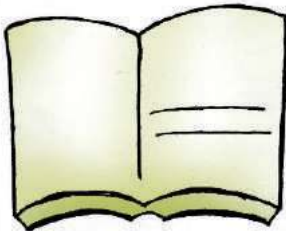


രമ്യ തന്റെ കൈയിലെ റിബണുകളിൽ ഏതിനാണ് നീളം കൂടുതൽ എന്നു നോക്കുകയാണ്.

എന്താണ് വഴി?

രണ്ടും ചേർത്തുവെച്ച് നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ.

രവിയുടെ നോട്ടുപുസ്തകത്തിൽ വരച്ച രണ്ടു വരകളാണ് ചിത്രത്തിലുള്ളത്.



ഇവയിൽ നീളം കൂടുതലുള്ള വര എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും?

ഇവിടെ വരകൾ ചേർത്തു വെച്ച് നീളം കൂടിയതേത് എന്നു കണ്ടെത്താൻ പറ്റില്ലല്ലോ?

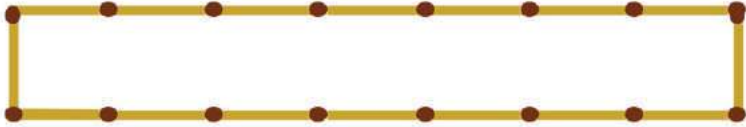
ആദ്യ ചിത്രത്തിൽ നീളം കൂടിയ തീവണ്ടി കണ്ടെത്തിയതുപോലെ ഒറ്റനോട്ടത്തിൽ പറയാനും പറ്റുന്നില്ല. പിന്നെ എന്താണ് വഴി?

അളന്നു നോക്കി പറയാം, അല്ലേ.

തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൊണ്ട് ചതുരം

ജോസിന്റെയും റഹീമിന്റെയും കൈയിൽ 16 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ വീതം ഉണ്ട്. ഇവയ്ക്കെല്ലാം ഒരേ നീളമാണ്.

ഈ കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ടു പേരും ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരങ്ങളുടെ ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.



ജോസ് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരം



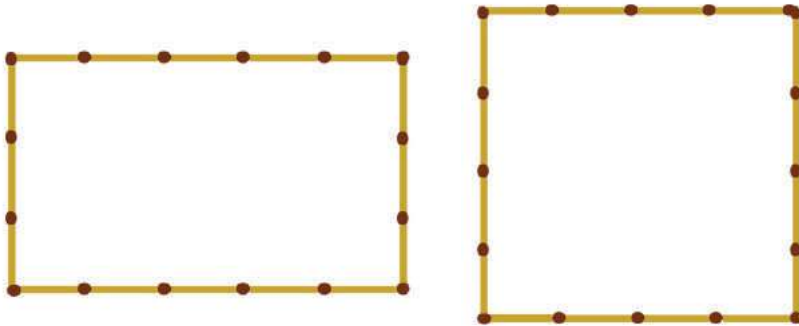
റഹീം ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരം

ഇവയിൽ ഏതു ചതുരത്തിനാണ് നീളം കൂടുതൽ?

വീതിയോ?

എങ്ങനെയാണ് കണ്ടെത്തിയത്?

16 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ കൊണ്ട് ഇനി എങ്ങനെയെല്ലാം ചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം?



ഇതൊന്നും അല്ലാതെ മറ്റേതെങ്കിലും ചതുരം ഉണ്ടാക്കാമോ?

ഇവിടെ നാല് ചതുരങ്ങളാണല്ലോ ഉണ്ടാക്കാൻ സാധിച്ചത്. ഈ ചതുരങ്ങളെ പറ്റി ഇങ്ങനെ പറയാം:

ആകെ 16 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ.

ഒന്നാമത്തെ ചതുരത്തിൽ നീളത്തിൽ 7 കമ്പുകളും വീതിയിൽ 1 ഉം.

രണ്ടാമത്തെ ചതുരത്തിൽ നീളത്തിൽ 6 എണ്ണം, വീതിയിൽ 2 എണ്ണം.

മൂന്നാമത്തെ ചതുരത്തിൽ നീളത്തിൽ 5 ഉം വീതിയിൽ 3 ഉം.

നാലാമത്തെ ചതുരത്തിൽ നീളത്തിലും വീതിയിലും 4 വീതം.

ഈ ചതുരങ്ങളിലെല്ലാം നീളത്തിലും വീതിയിലും വച്ച കമ്പുകളുടെ എണ്ണവും ആകെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണവും തമ്മിൽ ബന്ധം ഉണ്ടോ?

കണ്ടെത്തി എഴുതൂ.

20 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഏതെല്ലാം രീതിയിൽ ചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം?

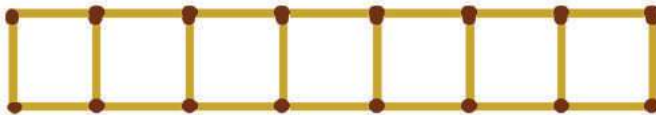
നിങ്ങളുടെ നോട്ട് പുസ്തകത്തിൽ വരച്ചു നോക്കൂ.

കമ്പുകൾ 24 ആയാലോ?

15 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇതു പോലെ ചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ സാധ്യമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

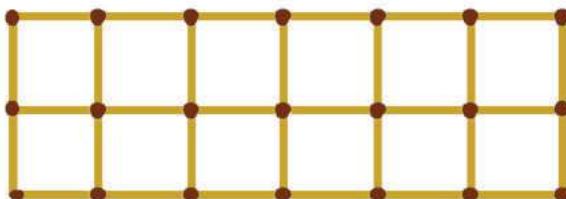
ചതുരത്തിനുള്ളിലെ സമചതുരം

തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ജോസും റഹീമും ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരങ്ങൾ ഓർമ്മയുണ്ടല്ലോ. ജോസ് തന്റെ ചതുരത്തെ തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ വച്ച് സമചതുരങ്ങളാക്കിയ ചിത്രമാണ് ചുവടെ.



ഇതിൽ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്?

റഹീം ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരത്തെ ഇതേ വലുപ്പമുള്ള സമചതുരങ്ങളാക്കിയാലോ?



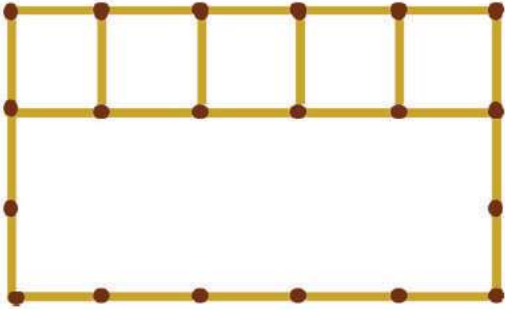
ഈർക്കിൽ ചതുരം

രണ്ട് ഈർക്കിലുകൾ മടക്കി ചതുരം ഉണ്ടാക്കിയ ചിത്രം നോക്കൂ.



ഏതു ചതുരത്തിനാണ് കൂടുതൽ നീളമുള്ള ഈർക്കിൽ ഉപയോഗിച്ചത് എന്ന് എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം? ഈർക്കിൽ നിവർത്തി ചേർത്തു വെച്ചാൽ മതിയല്ലോ. വലിയ ഈർക്കിൽ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരത്തിനാണല്ലോ ചുറ്റളവ് കൂടുതൽ.

നീളത്തിൽ 5 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകളും വീതിയിൽ 3 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകളും വച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരത്തിനുള്ളിൽ ഇതുപോലെ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ പറ്റും?



ഇവിടെ എത്ര വരികളിലായി സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം?

ഓരോ വരിയിലും എത്ര സമചതുരങ്ങൾ? ആകെ സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര?

16 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ മറ്റു ചതുരങ്ങളിലും ഇതുപോലെ സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാമല്ലോ.

ഓരോന്നിലും എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമെന്ന് കണ്ടെത്തിനോക്കൂ.

ഏതിലാണ് കൂടുതൽ സമചതുരങ്ങൾ ഉള്ളത്?

- 14 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ നീളത്തിലും 6 കമ്പുകൾ വീതിയിലും വച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരത്തിനുള്ളിൽ ഇതുപോലെ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ പറ്റും?

കടലാസിലെ സമചതുരം

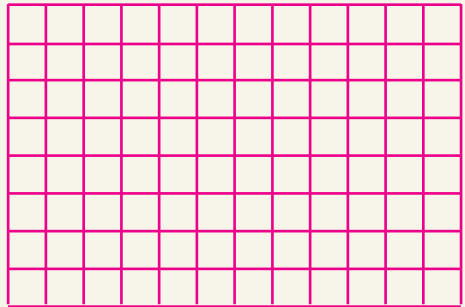
റാണിയുടെയും വീണയുടെയും കൈയിൽ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഓരോ കാർഡ്ബോർഡ് കഷണം ഉണ്ട്. റാണിയുടെ കാർഡ് ബോർഡിന് 7 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 3 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയും ഉണ്ട്. വീണയുടെ കാർഡ് ബോർഡിന്റെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 4 സെന്റിമീറ്ററും ആണ്.

ആരുടെ കൈയിലുള്ള കാർഡ്ബോർഡിൽ നിന്നാണ് ഒരു സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരങ്ങൾ കൂടുതൽ എണ്ണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധിക്കുക?

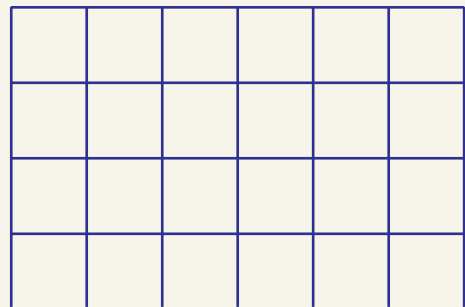
മുറിക്കുന്നതിനു മുമ്പായി സമചതുരങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കാം.

പലപല സമചതുരങ്ങൾ

നീളം തുല്യമായ 40 കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരങ്ങൾക്കുള്ളിൽ വ്യത്യസ്ത വലുപ്പത്തിലുള്ള സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിയത് നോക്കൂ. ഒരു കമ്പ് ഒരു വശമാകത്തക്ക രീതിയിലാണ് ചുവടെ സമചതുരങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്.

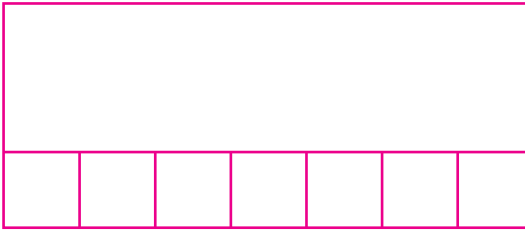


രണ്ട് കമ്പുകൾ ഒരു വശമാകത്തക്ക രീതിയിലാണ് ചുവടെ സമചതുരങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്.



ഈ ചതുരത്തിനുള്ളിൽ മറ്റേതെങ്കിലും വലുപ്പത്തിൽ സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ സാധ്യമാണോ?

ആദ്യം 7 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 3 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള കാർഡ്ബോർഡ് എടുക്കാം.

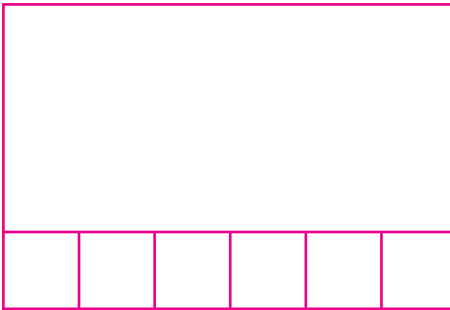


ഒരു വരിയിൽ 1 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള 7 സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമല്ലോ.

ഇതുപോലെ എത്ര വരികൾ ഉണ്ടാക്കാം?

ആകെ സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം =

ഇനി വീണയ്ക്ക് എത്ര സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാൻ പറ്റും എന്നു കാണാമല്ലോ. കണ്ടെത്തിനോക്കൂ.



എന്താണ് കിട്ടിയത്?

റാണി മുറിച്ചെടുത്തതിനേക്കാൾ മൂന്നു സമചതുരങ്ങൾ വീണയ്ക്ക് കൂടുതൽ മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധിച്ചു.

ഇങ്ങനെ സാധ്യമായത് എന്തുകൊണ്ടായിരിക്കും?

വീണയുടെ കൈയിലെ കാർഡ്ബോർഡിന്റെ പരപ്പ് കൂടുതലായതുകൊണ്ടല്ലേ.

പരപ്പിന്റെ അളവ്

ചുവപ്പും നീലയും നിറത്തിലുള്ള രണ്ടു ചതുരങ്ങൾ കണ്ടല്ലോ.



ഏതു ചതുരത്തിനായിരിക്കും പരപ്പ് കൂടുതൽ? ചതുരങ്ങൾ കാണുമ്പോഴെ അറിയാം, ചുവപ്പ് ചതുരത്തിനാണ് പരപ്പ് കൂടുതലേന്ന്.

10 രൂപയുടെ രണ്ടു നോട്ടുകളുടെ പരപ്പുകളെ കുറിച്ച് എന്തു പറയാം?

ഒരേണ്ണം 10 രൂപാ നോട്ടും രണ്ടാമത്തേത് 100 രൂപാ നോട്ടും ആണെങ്കിലോ?

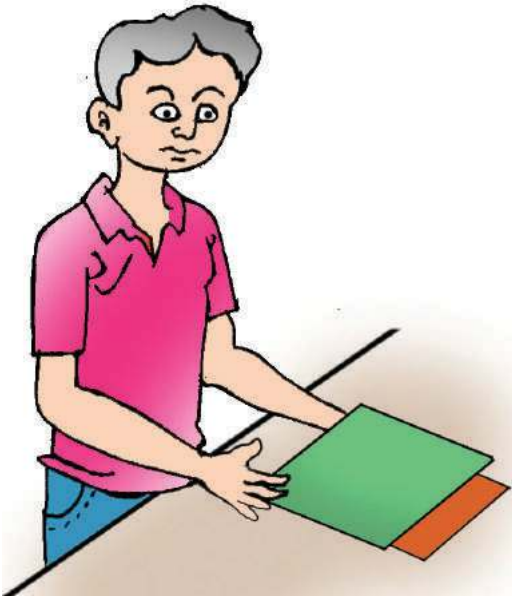
ഏതിനാണ് പരപ്പ് കൂടുതൽ?



നിറം കൊടുക്കാം
ചുവടെ വരച്ചിട്ടുള്ള രണ്ടു ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ.

രണ്ടു ചിത്രങ്ങൾക്കും ഒരേ നിറം കൊടുക്കണം.
ഏതു ചിത്രത്തിനാണ് കൂടുതൽ ചായം വേണ്ടിവരുക?

പരപ്പളവിനൊരു സംഖ്യ



രവി തന്റെ കൈയിലുള്ള രണ്ടു കാർഡ് ബോർഡ് കഷണങ്ങളിൽ ഏതിനാണ് പരപ്പ് കൂടുതൽ എന്നു നോക്കുകയാണ്.

അവൻ കാർഡ് ബോർഡുകൾ രണ്ടും ചേർത്തുവെച്ച് നോക്കി.

ഏതിനാണ് പരപ്പ് കൂടുതൽ എന്ന് രവിക്ക് പറയാൻ പറ്റുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

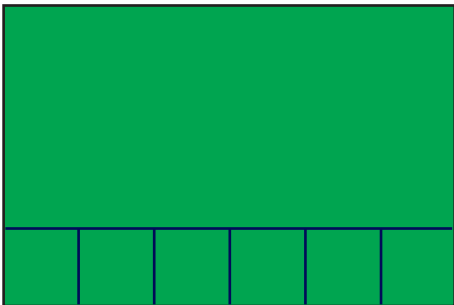
അവനെ എങ്ങനെ സഹായിക്കാം?

ഓരോ കാർഡ് ബോർഡിൽനിന്നും ഒരേ വലുപ്പത്തിലുള്ള എത്ര സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാൻ പറ്റും എന്നു നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ.

അതിനായി രണ്ടു കാർഡ് ബോർഡുകളുടെയും നീളവും വീതിയും അളന്ന് എഴുതാം.



ഇനി ഓരോ ചതുരത്തിനുള്ളിലും ഒരു സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള എത്ര സമചതുരങ്ങൾ വരയ്ക്കാം എന്നു നോക്കാം.



ഇവിടെ ഒരു വരിയിൽ ആറ് സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്. അങ്ങനെ 5 വരികളിലായി ആകെ $5 \times 6 = 30$ ചെറു സമചതുരങ്ങൾ.

എങ്കിൽ ചുവപ്പുനിറത്തിലുള്ള ചതുരത്തിലോ? $4 \times 7 = 28$ ചെറുസമചതുരങ്ങൾ അല്ലേ?

ഇനി ഏതിനാണ് കൂടുതൽ പരപ്പ് എന്നു പറയാമല്ലോ.

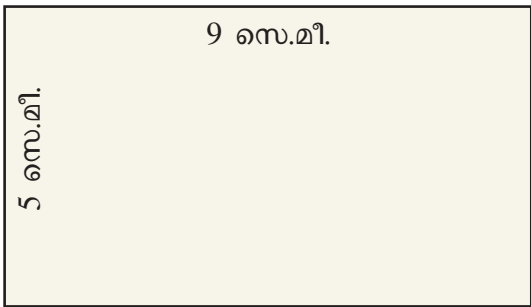
ഇവിടെ ചുവപ്പുചതുരത്തിന്റെ പരപ്പ് 28 ചെറു സമചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പിന് തുല്യമാണ് എന്നു പറയാം.

വശം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ 1 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ (1 Square centimetre) എന്നാണ് പറയുക. പരപ്പളവിനെ വിസ്തീർണം (Area) എന്നും പറയാറുണ്ട്.

എങ്കിൽ ചുവപ്പുചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 28 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ എന്നു പറയാം. പച്ച ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവോ?

ചതുരശ്രങ്ങളവിനൊരു സൂത്രവാക്യം

ചുവടെ വരച്ചിട്ടുള്ള ചതുരം നോക്കൂ.



ചെറു സമചതുരങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എങ്ങനെ കാണാം?

ചതുരത്തിനുള്ളിൽ നെടുക്കെയും കുറുകെയും ഓരോ സെന്റിമീറ്റർ അകലത്തിൽ വരകൾ ഉണ്ടെന്ന് സങ്കല്പിച്ചുനോക്കൂ.

ഓരോ വരിയിലും എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാവും?

ഇങ്ങനെ എത്ര വരികൾ ഉണ്ടാവും?

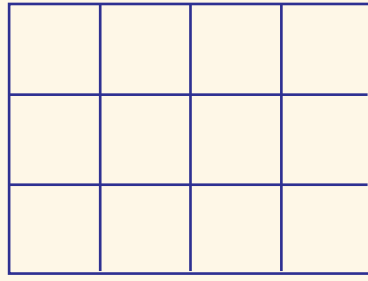
ഇനി ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് പറയാമല്ലോ.

ഇതിനെ ഇങ്ങനെയും എഴുതാം:
 ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = നീളം × വീതി

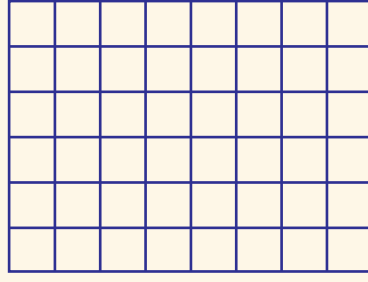
ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം 20 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 10 സെന്റിമീറ്ററും ആണെങ്കിൽ പരപ്പളവ് ഇനി എളുപ്പത്തിൽ പറയാമല്ലോ.

പൊതുവായ രീതി

8 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 6 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര എന്ന ചോദ്യത്തിന് അമ്മു നൽകിയ വിശദീകരണം ഇങ്ങനെയാണ്.



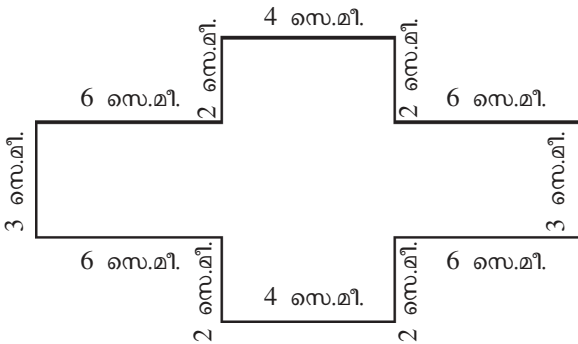
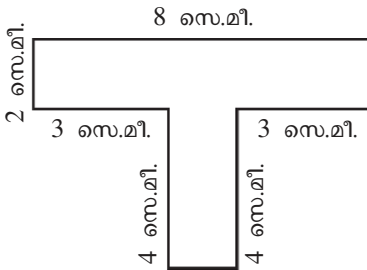
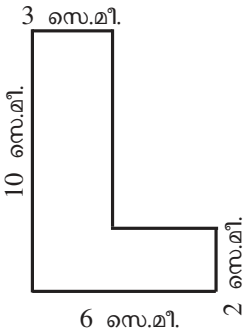
ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 12 ചെറു സമചതുരങ്ങൾക്കു തുല്യം. അനുവിന്റെ വിശദീകരണം ചുവടെ എഴുതിയതു പോലെയാണ്.



ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 48 ചെറു സമചതുരങ്ങൾക്കു തുല്യം. രണ്ടു പേരും പറഞ്ഞതു ശരിയല്ലേ? പക്ഷേ, പരപ്പളവിനെ കാണിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ വ്യത്യസ്തമാണ്. ഇതൊഴിവാക്കാൻ പൊതുവേ പരപ്പളവ് പറയുന്നത് 1 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്.

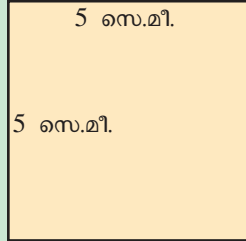
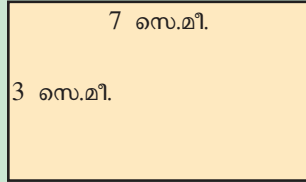
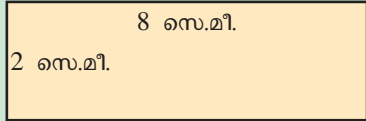
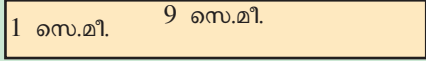


- 15 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 8 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ എല്ലാം 8 സെന്റിമീറ്റർ വീതമാണ്. എങ്കിൽ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 96 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്ററാണ്. നീളം 12 സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ വീതി എത്ര?
- ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 81 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ ആണ്. സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?
- ചുവടെയുള്ള രൂപങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.



ചുറ്റളവും പരപ്പളവും

ചുവടെ തന്നിട്ടുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും എത്രയാണെന്ന് കണ്ടെത്തൂ.



ഇവിടെ ചതുരങ്ങളുടെ ചുറ്റളവ് മാറിയിട്ടുണ്ടോ? പരപ്പളവോ?

ഏതു ചതുരത്തിനാണ് കൂടുതൽ പരപ്പളവ്?

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വലുപ്പം അതിന്റെ പരപ്പളവിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ് പറയുന്നത്.

വിവിധ പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവിനും പരപ്പളവിനും വ്യത്യസ്ത പ്രാധാന്യമാണ് ഉള്ളത്.

ഉദാഹരണമായി, ചതുരാകൃതിയിലുള്ള കൃഷി സ്ഥലങ്ങൾക്കു ചുറ്റും വേലി കെട്ടാനാണെങ്കിൽ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവാണ് പരിഗണിക്കുന്നത്. മറിച്ച്, അവിടെ കൃഷിചെയ്യാൻ പറ്റുന്ന സ്ഥലത്തെ കുറിച്ചാണ് ചിന്തിക്കുന്നതെങ്കിൽ സ്ഥലത്തിന്റെ പരപ്പളവാണ് പരിഗണിക്കുന്നത്.



പ്രോജക്ട്

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വീതിയിൽ വ്യത്യാസം വരാതെ നീളം രണ്ടു മടങ്ങാകുമ്പോൾ പരപ്പളവിന് എന്തു മാറ്റം ഉണ്ടാകും? ഇതുപോലെ നീളം മാറാതെ വീതി രണ്ടു മടങ്ങായാലോ? നീളവും വീതിയും രണ്ടു മടങ്ങായി മാറിയാലോ? ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും ഒരു നിശ്ചിത മടങ്ങായാൽ പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം എങ്ങനെയായിരിക്കും?



- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 5 സെന്റിമീറ്ററും ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര? വീതി മാറ്റാതെ നീളം 12 സെന്റിമീറ്റർ ആയി വർദ്ധിപ്പിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും ആദ്യ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത്?
- നീളം 10 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 8 സെന്റിമീറ്ററും ഉള്ള ചതുരത്തിൽ നീളവും വീതിയും രണ്ടു മടങ്ങാക്കിയാൽ ലഭിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര? ഇത് ആദ്യ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ്?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 48 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 9 സെന്റിമീറ്ററും ആണ്. ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 40 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും ആകാവുന്ന എണ്ണൽസംഖ്യാ വിലകൾ ഏതൊക്കെ?

വലിയ ചതുരങ്ങൾ

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ ഓരോന്നിനും 1 മീറ്റർ നീളമുണ്ടെങ്കിൽ അതിന്റെ പരപ്പളവിനെ 1 ചതുരശ്രമീറ്റർ എന്നാണു പറയുന്നത്.

ഒരു ചതുരശ്രമീറ്റർ എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്?

ഒരു മീറ്റർ എത്ര സെന്റിമീറ്ററാണെന്ന് അറിയാമല്ലോ.

അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ ഈ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 100 സെന്റിമീറ്റർ വീതമാണ്.

അതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്?

വലിയ പരപ്പ്

1 കിലോമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരം സങ്കല്പിക്കാമോ? ഇതിന്റെ പരപ്പളവിനെയാണ് 1 ചതുരശ്ര കിലോമീറ്റർ എന്നു വിളിക്കുന്നത്. വലിയ ഭൂപ്രദേശങ്ങളുടെയൊക്കെ പരപ്പളവ് ച.കി.മീ. ലാണ് പറയുക. ഇന്ത്യയുടെ പരപ്പളവ് 32, 87, 263 ച. കി.മീ. ആണ്. കേരളത്തിന്റേത് 38, 863 ച.കി.മീ. കേരളത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയ ജില്ലയായ പാലക്കാടിന്റെ പരപ്പളവ് 4480 ച.കി.മീറ്ററും ചെറിയ ജില്ലയായ ആലപ്പുഴയുടേത് 1414 ച.കി.മീറ്ററുമാണ്. നിങ്ങളുടെ പഞ്ചായത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണെന്ന് അന്വേഷിച്ച് കണ്ടെത്തൂ.

വലിയ അളവുകൾ

പുരയിടങ്ങളും മറ്റും അളക്കാൻ ചതുരശ്രമീറ്ററിനേക്കാൾ വലിയ അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്. 10 മീറ്റർ വീതം വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് ഒരു ആർ (Are) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

100 ആർ ചേർന്നതിനെ 1 ഹെക്ടർ (Hectare) എന്നാണു പറയുന്നത്. അപ്പോൾ ഒരു ഹെക്ടർ എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്?

1 ചതുരശ്രമീറ്റർ = $100 \times 100 = 10000$ ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ

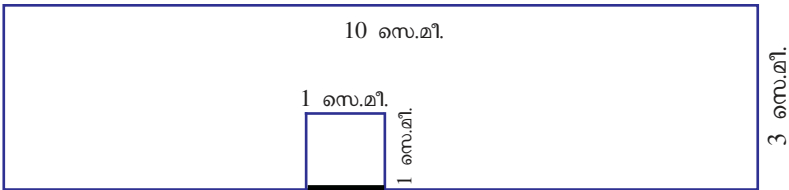
അതായത്, വശങ്ങളുടെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്ററായ 10000 ചെറു സമചതുരങ്ങൾ ചേർന്ന പരപ്പിന്റെ അളവാണ് 1 ചതുരശ്രമീറ്റർ.



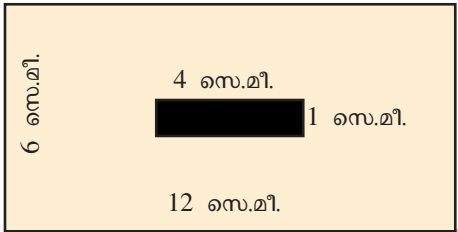
- 5 മീറ്റർ നീളവും 1 മീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്? ഇത് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്?
- ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിന് 40 മീറ്റർ നീളവും 25 മീറ്റർ വീതിയും ഉണ്ട്. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്?
- 6 മീറ്റർ നീളവും 50 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്? ഇത് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്?
- ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന ആകൃതിയിലുള്ള കാർഡ്ബോർഡിൽനിന്ന് വശത്തിന്റെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആയ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാം?

ജനസാന്ദ്രത

ഭൂമിയിൽ പല പ്രദേശങ്ങളിലായാണ് മനുഷ്യർ ജീവിക്കുന്നത്. ചില സ്ഥലങ്ങളിൽ മനുഷ്യർ തിങ്ങി താമസിക്കുന്നു. ജനങ്ങൾ താമസിക്കാത്ത വിജനമായ പ്രദേശങ്ങളും ഉണ്ട്. ഒരു ചതുരശ്രകിലോമീറ്റർ പരപ്പിലെ ജനസംഖ്യയെയാണ് ജനസാന്ദ്രത എന്നു പറയുന്നത്. കേരളത്തിലെ ജനസാന്ദ്രത ചതുരശ്രകിലോമീറ്ററിന് 859 ആണ്. ഇന്ത്യയുടെ ജനസാന്ദ്രത ചതുരശ്രകിലോമീറ്ററിന് 382. ഇന്ത്യയിൽ ജനസാന്ദ്രത കൂടുതലുള്ള സംസ്ഥാനം ബീഹാറാണ്- ചതുരശ്ര കി.മീറ്ററിന് 1102. ഏറ്റവും കുറവ് അരുണാചൽ പ്രദേശിൽ- ച.കി.മീറ്ററിന് 17.



- ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ്ബോർഡിൽനിന്ന് 1 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള 36 സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാം. എങ്കിൽ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ ആകാവുന്ന എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെ?
- 10 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളും 5 സെന്റിമീറ്റർ വീതം വർദ്ധിപ്പിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയായിരിക്കും?
- 14 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ്ബോർഡിന്റെ നാലു മൂലകളിൽ നിന്നും ഒരു സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള ഓരോ സമചതുരം മുറിച്ചു മാറ്റുന്നു. ബാക്കി ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്? ചുറ്റളവ് എത്രയാണ്?
- ചിത്രത്തിൽ നിന്നും നൽകിയിട്ടുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?





തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> • ചതുരത്തിനുള്ളിൽ യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങൾ വരച്ച് പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുന്നു. • ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു. • സൂത്രവാക്യത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കാൻ കഴിയുന്നു. • പരപ്പളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു. • പ്രശ്നപരിഹരണ വേളയിൽ വിവിധ യൂണിറ്റുകൾ തമ്മിൽ പരസ്പരം മാറ്റാൻ കഴിയുന്നു. 			

7

സംഖ്യകൾക്കുള്ളിൽ



നിറം നൽകാം

ഗണിത ക്ലബിന്റെ നേതൃത്വത്തിൽ നിർമ്മിക്കുന്ന ഗണിതമാസികയുടെ പുറംചട്ട തയ്യാറാക്കുകയാണ് അരുണും കുട്ടുകാരും.

വരികളും നിരകളുമായി കളങ്ങൾ വരച്ച് നിറം നൽകാമെന്നു നീതു പറഞ്ഞു.

ഒന്നാമത്തെ വരിയിൽ എല്ലാ കളങ്ങളിലും നിറം നൽകാം.

രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ ഓരോ രണ്ടാമത്തെ കളത്തിനും നിറം കൊടുത്താൽ മതി- രമ്യ ഇടപെട്ടു.

എങ്കിൽ മൂന്നാമത്തെ വരിയിൽ ഓരോ മൂന്നാമത്തെ കളത്തിനും നിറം നൽകാമെന്നായി സൽമ.

നാലാമത്തെ വരിയിലോ? അഞ്ചാമത്തെയോ?

ആദ്യത്തെ നാലുവരികളിൽ നിറം നൽകിയതു കണ്ടില്ലേ?

നിറം നൽകാനുള്ള ബാക്കി കളങ്ങൾ കണ്ടെത്തി നിറം നൽകൂ.

■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
	■		■		■		■		■		■	
		■			■		■				■	
			■				■				■	

കളങ്ങളിൽ നിന്നും നൽകിയല്ലോ. ചുവടെ നൽകിയ പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കൂ.

രണ്ടാം വരിയിൽ നിന്നും കൊടുത്തിട്ടുള്ളത് ഏതെല്ലാം കളങ്ങളിലാണ്?	2, 4, ...
മൂന്നാം വരിയിൽ നിന്നും നൽകിയിട്ടുള്ളത് ഏതെല്ലാം കളങ്ങളിലാണ്?	3, 6, ...
മൂന്നാമത്തെ നിരയിൽ നിന്നും കൊടുത്തിട്ടുള്ളത് ഏതെല്ലാം കളങ്ങളിലാണ്?	
ആറാം നിരയിൽ നിന്നും നൽകിയ കളങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?	
എട്ടാമത്തെ നിരയിൽ നിന്നും കൊടുത്തിട്ടുള്ള കളങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?	
രണ്ടു കളങ്ങളിൽ മാത്രം നിന്നും നൽകിയിട്ടുള്ളത് ഏതെല്ലാം നിരകളിലാണ്?	

ഇവിടെ വരികളുടെയും നിരകളുടെയും എണ്ണം ഇനിയും കൂട്ടി നിന്നും നൽകിയാൽ രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ നിന്നും കൊടുത്ത കളങ്ങൾ ഏതൊക്കെയായിരിക്കും?

2, 4, 6, 8, ...

2, 4, 6, 8 ... ഈ സംഖ്യാക്രമത്തിന്

എന്ത് പ്രത്യേകതയാണുള്ളത്?

ഇവയെല്ലാം 2 നോട് 2 വീതം തുടർച്ചയായി കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളാണ്.

മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ 1, 2, 3, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെ 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളാണ്.

അതായത് 2, 4, 6, 8, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെല്ലാം 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്.



മൂന്നാമത്തെ വരി നോക്കൂ. നിന്നും കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് 3, 6, 9, 12, ... എന്നീ കളങ്ങളിലാണല്ലോ. ഇവയെല്ലാം 1, 2, 3, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെ 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്നവയാണ്. അതായത് ഇവയെല്ലാം 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്.

1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതങ്ങളുടെ പട്ടിക എഴുതിനോക്കൂ...

സംഖ്യ	ഗുണിതങ്ങൾ									
1	1	2	3	4	5	6	-	-	-	-
2	2	4	-	-	-					
3					15					
4										
5										
6										
7			21							
8										
9								72		
10				40						

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് പട്ടികയിൽനിന്ന് ഉത്തരം കണ്ടെത്തൂ.

- 1 ന്റെ ഗുണിതമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാമാണ്?
- 10 ഏതെല്ലാം സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതമാണ്?
- 2 ന്റെയും 3 ന്റെയും ഗുണിതമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാമാണ്?
- 56 ഏഴിന്റെ ഗുണിതമാണോ?
- 5 നും 10 നും പൊതുവായി വരുന്ന ഗുണിതങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണ്?
- 8 ന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഗുണിതം ഏതാണ്?
- ഏതു സംഖ്യയുടെയും ഏറ്റവും ചെറിയ ഗുണിതം അതേ സംഖ്യതന്നെയാണോ?



- 12, 20, 36, 45 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ നാലു വീതം ഗുണിതങ്ങൾ എഴുതൂ.
- സ്കൂൾ കായികമേളയുടെ ഭാഗമായി ട്രാക്കിൽ ഹർഡിലുകൾ സ്ഥാപിക്കുകയാണ് ആൻസിയും അന്നയും. മത്സരത്തിന്റെ സ്റ്റാർട്ടിംഗ് പോയിന്റ് മുതൽ 11 മീറ്റർ ഇടവിട്ടാണ് ഹർഡിലുകൾ സ്ഥാപിക്കുന്നത്. മത്സരം ആരംഭിക്കുന്ന സ്ഥലത്തുനിന്ന് ഓരോ ഹർഡിലിലേക്കുമുള്ള ദൂരം ക്രമമായി എഴുതൂ.



- ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ ഗോവണിപ്പടി കയറുകയാണ് റസിയ. ഓരോ പടിയുടെയും ഉയരം 25 സെന്റിമീറ്ററാണ്. എങ്കിൽ തറനിരപ്പിൽനിന്ന് ഓരോ പടിയിലേക്കുമുള്ള ഉയരം എത്ര സെന്റിമീറ്റർ വീതമാണ്?

അളന്നെടുക്കാം

നജീമും മനോജും പാൽ അളന്നെടുക്കുകയാണ്. നജീമിന്റെ കൈയിൽ 2 ലിറ്റർ കൊള്ളുന്ന അളവുപാത്രവും മനോജിന്റെ കൈയിൽ 5 ലിറ്റർ കൊള്ളുന്ന അളവുപാത്രവുമാണ് ഉള്ളത്. എങ്കിൽ നജീമിന് ഏതെല്ലാം അളവിൽ പാൽ അളന്നു നൽകാൻ കഴിയും?

നജീമിന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ 2 ലിറ്റർ, 4 ലിറ്റർ, 6 ലിറ്റർ, 8 ലിറ്റർ, 10 ലിറ്റർ, ... തുടങ്ങിയവയാണല്ലോ.

ഇതുപോലെ മനോജിന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ 5 ലിറ്റർ, 10 ലിറ്റർ, 15 ലിറ്റർ, 20 ലിറ്റർ, ... തുടങ്ങിയവയുമാണ്.

നജീമിനും മനോജിനും 2 ലിറ്റർ പാൽ അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുമോ? 5 ലിറ്ററോ? രണ്ടുപേർക്കും അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവ് ഏതാണ്?

നജീമിന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... എന്നിവയാണല്ലോ.

അതുപോലെ മനോജിന് 5, 10, 15, 20, 25 ... എന്നീ അളവുകളും അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയും. ഇതിൽ നിന്ന് 10 ലിറ്റർ പാൽ രണ്ടു പേർക്കും അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുമെന്നു കാണാം. രണ്ടു പേർക്കും അളക്കാൻ കഴിയുന്ന മറ്റ് അളവുകൾ ഏതെല്ലാമാണ്?

20 ലിറ്റർ, 30 ലിറ്റർ, 40 ലിറ്റർ, ...



4 കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

535 നെ 4 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമോ? ഹരിക്കാൻ കഴിയില്ല. കാരണം 535 ഒറ്റസംഖ്യയാണ്.

എന്നാൽ 536 നെയോ?

ഹരിച്ചുനോക്കാതെ പറയാൻ എന്താണ് വഴി? $536 = 500 + 36$.

100, 4 ന്റെ ഗുണിതമായതുകൊണ്ട് 500 ഉം 4 ന്റെ ഗുണിതമാണ്. 36 ഉം 4 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

അപ്പോൾ 536 ഉം 4 ന്റെ ഗുണിതമാകും.

100, 1000, 10000, ... തുടങ്ങിയവ 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായതുകൊണ്ട്, ഒരു സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാൻ അവ സാധനത്തെ രണ്ടക്കങ്ങൾ ചേർന്ന സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി.

പൊതുഗുണിതം

നജീമിന്റെയും മനോജിന്റെയും കൈയിലുള്ള പാലളക്കുന്ന പാത്രങ്ങൾ 3 ലിറ്ററിന്റെയും 4 ലിറ്ററിന്റെയും ആയാലോ?

3 ലിറ്ററിന്റെ പാത്രം ഉപയോഗിച്ച് അളക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ 3 ലി., 6 ലി., 9 ലി., 12 ലി... തുടങ്ങിയവയാണല്ലോ. 3, 6, 9 ... ഇവയെല്ലാം 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണല്ലോ. ഇതുപോലെ 4 ലിറ്റർ പാത്രം ഉപയോഗിച്ച് അളക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകളെല്ലാം 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുമാണ്. ഈ രണ്ടുപാത്രങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് പൊതുവായി അളക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ മുന്നിന്റെയും നാലിന്റെയും ഗുണിതങ്ങളിൽ പൊതുവായി വരുന്നവ ആവണമല്ലോ.

12, 24, 36, ... എന്നീ സംഖ്യകളെ 3 ന്റെയും 4 ന്റെയും പൊതുഗുണിതങ്ങൾ (Common multiples) എന്നാണു പറയുന്നത്.

ഇവയിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ 12 ആണ്.

അതുകൊണ്ട് 12 നെ 3 ന്റെയും 4 ന്റെയും ചെറുപൊതുഗുണിതം (Least Common Multiple) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഇതുപോലെ 6 ന്റെയും 8 ന്റെയും ചെറുപൊതുഗുണിതം എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും?

6 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

8 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

ഇതിൽ നിന്ന് 6 ന്റെയും 8 ന്റെയും പൊതുഗുണിതങ്ങളാണ് 24, 48, 72, ... എന്നു കാണാം. ഇവയിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ 24 ആയതുകൊണ്ട് 6 ന്റെയും 8 ന്റെയും ചെറുപൊതുഗുണിതം 24 ആണ്.



• ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യാ ജോടികളുടെ പൊതുഗുണിതങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ. ഇവയിൽനിന്ന് അവയുടെ ചെറുപൊതുഗുണിതം എഴുതുക.

- 2, 5 • 4, 6 • 3, 7 • 5, 10
- 8, 6 • 9, 12 • 12, 14 • 9, 18

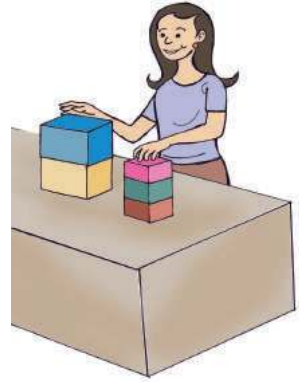
• വാർഷികാഘോഷത്തിന്റെ ഭാഗമായി സ്കൂൾ കവാടത്തിൽ പച്ചയും നീലയും ബൾബുകൾ ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. പച്ച ബൾബുകൾ 4 സെക്കന്റ് ഇടവിട്ടും നീല ബൾബുകൾ 6 സെക്കന്റ് ഇടവിട്ടുമാണ് പ്രകാശിക്കുന്നത്.

രണ്ടു ബൾബുകളും ഒരുമിച്ച് പ്രകാശിച്ച് തുടങ്ങിയത് രാവിലെ എട്ടു മണിക്കാണ്. അവ എപ്പോൾ വീണ്ടും ഒരുമിച്ച് പ്രകാശിക്കും?

- ടൈൽ പതിച്ച തറയിൽ കളിക്കുകയാണ് മീനും ആശയും. തറയുടെ ഒരറ്റത്തു നിന്ന് ഓരോ രണ്ടാമത്തെ ടൈലിലും മീനു ഓരോ മഞ്ചാടിക്കൂരു വച്ചു. ആശ ഓരോ മൂന്നാമത്തെ ടൈലിലും ഓരോ വളയും. എങ്കിൽ മഞ്ചാടിയും വളയും ഒരു മിച്ചവച്ചിട്ടുള്ള ആദ്യത്തെ ടൈൽ ഏതായിരിക്കും? തുടർന്നുള്ള ടൈലുകളോ?



- 4 സെന്റിമീറ്റർ വശങ്ങളുള്ള സമചതുരക്കട്ടകളും 9 സെന്റിമീറ്റർ വശങ്ങളുള്ള സമചതുരക്കട്ടകളും രണ്ട് വേറെ വേറെ അട്ടികളിലായി ക്രമീകരിക്കുകയാണ് അഞ്ജു. രണ്ട് അട്ടികളുടെയും പൊക്കം ഒരുപോലെയാകുമ്പോൾ തന്നെ പിൽനിന്നുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ഉയരം എത്രയായിരിക്കും?



ഗുണിതങ്ങളുടെ ഗുണിതം

1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ എഴുതി 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾക്കു ചുറ്റും വട്ടം വരയ്ക്കൂ.

1, (2) 3, (4) 5, (6) 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

ഇതിൽ 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ചതുരത്തിനകത്താക്കൂ.

1, (2) 3, (4) 5, (6) 7, (8) 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

ഇവിടെ ചതുരത്തിനകത്തുള്ള സംഖ്യകളെല്ലാം വട്ടത്തിനകത്തുമാണ്.

അതായത് 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെല്ലാം 2 ന്റെയും ഗുണിതങ്ങളാണ്. തിരിച്ച് 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെല്ലാം 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?

ഇനി 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെല്ലാം 2 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാം.

മുമ്പ് ചെയ്തതുപോലെ 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെ വട്ടത്തിലും 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെ ചതുരത്തിലുമാക്കി വരയ്ക്കൂ.

1 (2) (3) (4) 5 (6) 7 (8) (9) (10) 11 (12) 13, ...

ഇതിൽ നിന്നും 3 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ അല്ല എന്നു കാണാം. തിരിച്ച് 2 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളല്ല എന്നും കാണാം.

ഇനി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ പരിശോധിച്ച് നോക്കൂ.

- 3 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 6 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?
- 6 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?
- 4 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 8 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?

- 8 ന്റെ എല്ലാഗുണിതങ്ങളും 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?
- 4 ന്റെ എല്ലാഗുണിതങ്ങളും 6 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?
- 6 ന്റെ എല്ലാഗുണിതങ്ങളും 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?

ഘടകങ്ങൾ

2 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 6. ഇതിനെ മറ്റൊരു രീതിയിൽ

6 ന്റെ ഘടകമാണ് 2 എന്നും പറയാം.

അതുപോലെ

3 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 6.

6 ന്റെ ഘടകമാണ് 3.

അതായത് 2 ഉം 3 ഉം 6 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്.

3 ന്റെ ഗുണിതമാണോ 45 എന്ന് നോക്കണം.

3 നെ എത്ര കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 45 കിട്ടും?

45 നെ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ.

$45 \div 3 = 15$

അതായത് $15 \times 3 = 45$

അപ്പോൾ 3 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 45.

ഇതിൽനിന്ന് 45 ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് 3 എന്നു കാണാം.

- ചുവടെ നൽകിയ സംഖ്യാ ജോടികളിൽ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ ആദ്യ സംഖ്യയുടെ ഘടകമായി വരുന്നവ കണ്ടെത്തൂ.

- 12, 6 ■ 50, 5 ■ 45, 7
- 35, 9 ■ 62, 8 ■ 42, 6

ചതുരം നിർമ്മിക്കാം

2 ന്റെയും 6 ന്റെയും ഗുണിതമാണ് 12.

12 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് 6 ഉം 2 ഉം.

എട്ടിന്റെ ഗുണിതം

100 നെ 4 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്നതുകൊണ്ട് ഒരു സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാൻ ആ സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തെ രണ്ടക്കങ്ങൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി.

എന്നാൽ ഒരു സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാൻ എന്താണ് ചെയ്യേണ്ടത്? ഉദാഹരണമായി, 6424 എന്ന സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ?

100 എന്ന സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമല്ല. എന്നാൽ 1000, 10000, 100000, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകൾ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

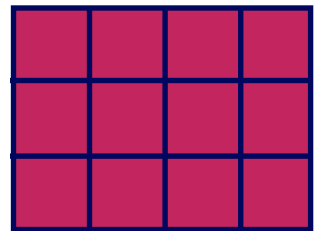
അതിനാൽ 6000 ഉം 8 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

$6424 = 6000 + 424$

ഇനി 424, 8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് പരിശോധിച്ചാൽ മതി.

$424 = 53 \times 8$ ആയതിനാൽ 6424 എന്ന സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാനുള്ള സൂത്രം കിട്ടിയില്ലേ?



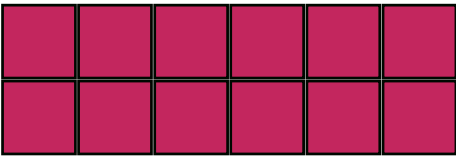
12 ന് വേറെയും ഘടകങ്ങളുണ്ടോ? എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും?

ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരേ വലുപ്പമുള്ള 12 സമചതുരങ്ങൾ വെട്ടിയെടുക്കൂ. ഇവ ചേർത്തുവെച്ച് ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ ചതുരങ്ങൾ നിർമ്മിക്കാം?

12 സമചതുരങ്ങളും ഒരു വരിയിൽ ചേർത്തുവെച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന ചിത്രം നോക്കൂ.

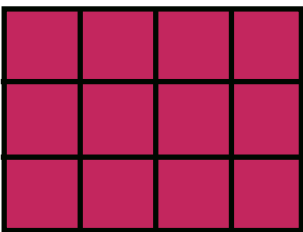


രണ്ടു വരികളിലായി ക്രമീകരിച്ചാലോ? 1×12



2×6

മൂന്നു വരികളിലായും ഇത് ക്രമീകരിക്കാം.



3×4

ഇനി മറ്റേതെങ്കിലും വിധത്തിൽ ചതുരങ്ങളുണ്ടാക്കാമോ?

ഇപ്പോൾ വരച്ച ചതുരങ്ങളിൽ നിന്ന്

12 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് 1, 2, 3, 4, 6, 12 എന്ന് കണ്ടെത്താം.

ഇതുപോലെ 24 ന്റെ എല്ലാ ഘടകങ്ങളും കണ്ടെത്തി എഴുതൂ.

$24 = 1 \times 24$

$24 = 2 \times 12$

___ = ___ \times ___

___ = ___ \times ___

.....

24 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ 1, ___, ___, ___, ___, ___, ___

ഒൻപതിന്റെ ഗുണിതവും അക്കത്തുകയും

ഒരു സംഖ്യ 9 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നറിയാൻ എന്താണ് ചെയ്യുക? ആ സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 9 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി. അല്ലെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയുടെ അക്കത്തുക 9 ആണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി. എന്താണ് ഇങ്ങനെ വരാൻ കാരണം?

ഉദാഹരണമായി ഒരു സംഖ്യയെടുക്കാം- 342
 $342 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 2$ ആണ്.
 $(3 \times 99 + 3) + (4 \times 9 + 4) + 2$ എന്നും എഴുതാം.
 3×99 ഉം 4×9 ഉം 9 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്. ബാക്കി വരുന്നത് $3 + 4 + 2$ ആണ്. ഇത് 9 ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ 342 ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതമാകും. അതായത്
 $3 + 4 + 2 = 9$ ആയതിനാൽ 342 ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതമാണ്.

ഒരു നാലക്കസംഖ്യയാണെങ്കിലോ?
 ഉദാഹരണമായി,
 $8631 = 8 \times 1000 + 6 \times 100 + 3 \times 10 + 1$
 $= (8 \times 999 + 8) + (6 \times 99 + 6) + (3 \times 9 + 3) + 1$
 $8 + 6 + 3 + 1 = 18$, ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതമാണ്. അതിനാൽ 8631 ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതമാണ്. വേറെയും സംഖ്യകൾ എടുത്ത് ചെയ്തുനോക്കൂ. ഒരു സംഖ്യ 3 ന്റെ ഗുണിതമാകുന്നതിനുള്ള യുക്തിയും ഈ രീതിയിൽ വിശദീകരിക്കാമല്ലോ.



- ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യകളുടെ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ.
10 18 25 16 36 13
- റഹീമിന്റെ കൈയിൽ 28 പേനകളുണ്ട്. തുല്യ എണ്ണം വരത്തക്ക വിധം ഇവയെ പാക്കറ്റുകളിലാക്കണം. ഏതെല്ലാം വിധത്തിൽ പാക്കറ്റുകളിലാക്കാം?
- ഒരു ക്ലാസിൽ 30 കുട്ടികളുണ്ട്. കായികപരിശീലനത്തിന്റെ ഭാഗമായി അവരെ വരികളായി നിർത്തുകയാണ്. എല്ലാ വരികളിലും തുല്യഎണ്ണം കുട്ടികൾ വരത്തക്ക വിധം എങ്ങനെയെല്ലാം ക്രമീകരിക്കാം?
- ജിൻസിയുടെ കൈയിൽ ഒരേ വലുപ്പമുള്ള 42 സമചതുരക്കട്ടകളുണ്ട്. ഇത് ഒരേ ഉയരമുള്ള കൂട്ടങ്ങളായി അടുക്കിവയ്ക്കണം. എങ്ങനെയെല്ലാം അടുക്കിവയ്ക്കാം?
- 48 ന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഘടകം ഏതാണ്? ഏറ്റവും വലിയ ഘടകമോ? മറ്റു ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം? ആകെ എത്ര ഘടകങ്ങളുണ്ട്?
- ചുവടെ നൽകിയിട്ടുള്ളവ തെറ്റോ ശരിയോ എന്നു കണ്ടെത്തൂ.

1 എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഘടകമാണ്.

എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഏറ്റവും വലിയ ഘടകം അതേ സംഖ്യയാണ്.

എല്ലാ സംഖ്യകൾക്കും 2 ൽ കൂടുതൽ ഘടകങ്ങളുണ്ട്.

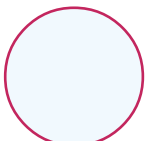
ഒന്ന് ഒഴികെയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഘടകങ്ങളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യയാണ്.

ഒരു ഘടകം മാത്രമുള്ള ഒരേ ഒരു സംഖ്യ 1 ആണ്.

ഹരിച്ചുനോക്കാതെ...

ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യകളിൽ നിന്ന് 10 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ, 5 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ, 2 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ എന്നിവ കണ്ടെത്തി അതത് വട്ടത്തിനകത്ത് എഴുതൂ.

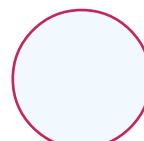
- 50 18 45 40 28 14 25 70
12 20 25 6 9 8 10 5



10 ഘടകമായിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ



5 ഘടകമായിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ



2 ഘടകമായിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ

ഓരോ വട്ടത്തിലെയും സംഖ്യകൾക്ക് പൊതുവായി എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകതയുണ്ടോ? 10, 5, 2 എന്നീ സംഖ്യകൾ ഘടകങ്ങളായി വരുന്ന മറ്റു സംഖ്യകൾക്കും ഈ പ്രത്യേകതയുണ്ടോ? പരിശോധിക്കൂ.

സംഖ്യകൾ	ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം
10 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ	
5 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ	
2 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ	

ഇതുപോലെ ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘടകമാണോ 3 എന്ന് എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും? 3 ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

ഇവയുടെ അക്കത്തുക കണ്ടുപിടിച്ചുനോക്കൂ.

3 ഘടകമായി വരുന്ന മറ്റു സംഖ്യകളുടെയും അക്കത്തുക കണ്ടുനോക്കൂ.

ഇതുപോലെ 9 ഒരു ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ അക്കത്തുക എത്രയായിരിക്കും?

ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യകളിൽ ഘടകമായി വരുന്നവയ്ക്ക് നേരെ അടയാളവും അല്ലാത്തവയ്ക്ക് നേരെ അടയാളവും രേഖപ്പെടുത്തൂ.

സംഖ്യ	ഘടകമായി വരുന്നവ				
	2	3	5	9	10
12	✓	✓	x	x	x
35					
30					
55					
60					
215					
240					
316					

ഭാജ്യവും അഭാജ്യവും

13 എന്ന സംഖ്യയെ 1 കൊണ്ടും 13 കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കുവാൻ കഴിയും. ഇതു രണ്ടുമല്ലാത്ത മറ്റേതെങ്കിലും സംഖ്യകൊണ്ട് 13 നെ നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയുമോ? ഇതുപോലെ 1 കൊണ്ടും, അതേ സംഖ്യകൊണ്ടും മാത്രം നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

1,2,3,5,7,11, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെല്ലാം ഇതേ പ്രത്യേകതയുള്ള സംഖ്യകളാണ്.

1 ഉം അതേ സംഖ്യയും ഒഴിച്ചുള്ള സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയാത്ത ഇത്തരം സംഖ്യകളിൽ 1 ഒഴികെയുള്ളവയെ അഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Prime numbers) എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്. മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ ഇത്തരം സംഖ്യകൾക്ക് 1 ഉം അതേ സംഖ്യയും മാത്രമേ ഘടകങ്ങൾ ആയി ഉണ്ടാവുകയുള്ളൂ.

എന്നാൽ 4, 6, 8, 9, 10, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെ 1 ഉം അതേ സംഖ്യയും അല്ലാത്ത സംഖ്യകൾ കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കുവാൻ കഴിയും. ഇത്തരം സംഖ്യകളെ ഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Composite numbers) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

1 ഭാജ്യമോ അഭാജ്യമോ ആയി പരിഗണിക്കാറില്ല.

ചുവടെ നൽകിയിട്ടുള്ള സംഖ്യകളെ ഭാജ്യസംഖ്യകൾ, അഭാജ്യസംഖ്യകൾ എന്നിങ്ങനെ തരം തിരിക്കൂ.

- 9, 17, 26, 23, 45, 31,
- 36, 29, 48, 64, 41, 51

100 ൽ കുറവായ അഭാജ്യസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.

അഭാജ്യഘടകങ്ങൾ

10 നെ വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫല എങ്ങനെയാണല്ലോ എഴുതാം?

- 1×10
- 2×5

ഇതുപോലെ 30 നെയോ?

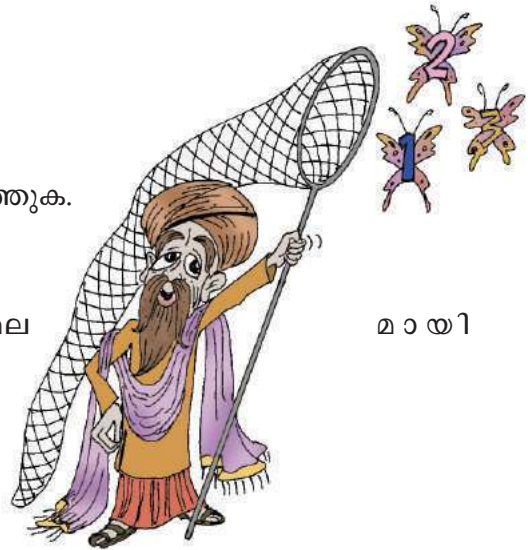
- 1×30
- 2×15
- 3×10
- 6×5
- $2 \times 3 \times 5$

10 നെയും 30 നെയും വിവിധ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി വ്യത്യസ്ത രൂപ

സംഖ്യകളുടെ അരിപ്പ

അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താൻ ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് ജീവിച്ചിരുന്ന ഇറാനോസ്തെനീസ് കണ്ടെത്തിയ ഒരു മാർഗം ഇപ്പോഴും ഉപയോഗിക്കുന്നുണ്ട്.

- 1 മുതൽ 50 വരെ തുടർച്ചയായി സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
- 1 ന്റെ ഗുണിതമാണ് തുടർന്നുവരുന്ന എല്ലാ സംഖ്യകളും. അതിനാൽ 1 പരിഗണിക്കുന്നില്ല.
- ആദ്യം കാണുന്ന ഒരോ സംഖ്യയും നിലനിർത്തി അതിന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- ശേഷിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ അഭാജ്യ സംഖ്യകളാണ്.
- 100 ൽ താഴെയുള്ള അഭാജ്യസംഖ്യകൾ ലഭിക്കാൻ ഏതു സംഖ്യയുടെ ഗുണിതങ്ങൾ വരെ ഒഴിവാക്കണം?



മാ യി

അനഘസംഖ്യകൾ

6 ഒഴികെയുള്ള 6 ന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ തുക 6 തന്നെയാണല്ലോ.

$$6 = 1 + 2 + 3$$

ഈ പ്രത്യേകതയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളെയും അനഘസംഖ്യകൾ (Perfect Numbers) എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്.

50 ൽ കുറവായ എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ അനഘസംഖ്യയായ ഒരു സംഖ്യ കൂടി മാത്രമേ ഉള്ളൂ.

അതേതാണെന്നുകണ്ടെത്താമോ? അതുകഴിഞ്ഞാൽ അടുത്ത അനഘസംഖ്യ 496 ആണ്.

2013 വർഷം വരെ 48 അനഘസംഖ്യകൾ മാത്രമേ കണ്ടെത്തിയിട്ടുള്ളൂ.

അതിഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Highly Composite Numbers)

സംഖ്യ	ഘടകങ്ങൾ
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6

ഇവയിൽ 2, 4, 6 എന്നിവയ്ക്ക് ഒരു പ്രത്യേകതയുണ്ട്.

2 ൽ ചെറിയ സംഖ്യക്ക് രണ്ടിന്റെ അത്രയും ഘടകങ്ങളില്ല. 4 ന് അതിനുമുമ്പുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളേക്കാളും ഘടകങ്ങൾ കൂടുതൽ ഉണ്ട്. 6 നോ?

ഇത്തരം സംഖ്യകളാണ് അതിഭാജ്യ സംഖ്യകൾ. ഏതാണ് അടുത്ത അതിഭാജ്യസംഖ്യ? 1 നെയും ഈ കൂട്ടത്തിൽ ഉൾപ്പെടുത്താം.

ഓരോന്നിനും അഭാജ്യസംഖ്യകൾ മാത്രമുള്ള ഗുണനരൂപം കാണാം.

അതായത്

$$10 = 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

ഇവിടെ 10 ന്റെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളാണ് 2, 5. അതുപോലെ 30 ന്റെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളാണ് 2, 3, 5.

24 നെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എങ്ങനെ എഴുതാം?

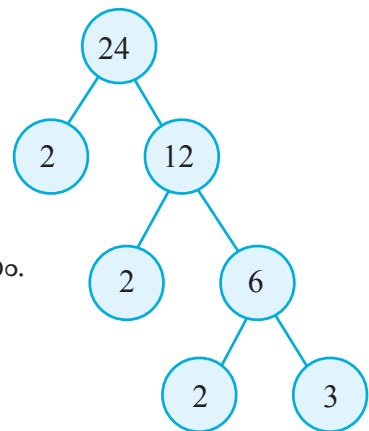
$$24 = 2 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

$6 = 2 \times 3$ ആയതിനാൽ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ എന്നും എഴുതാം.

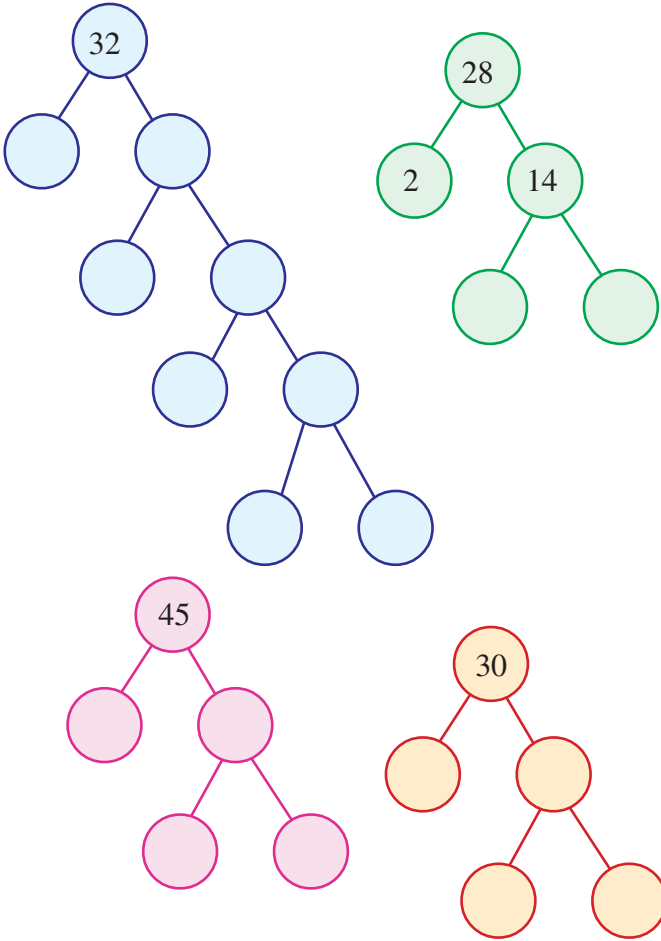
അപ്പോൾ

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$



20 വരെയുള്ള സംഖ്യകളെ അഭാജ്യസംഖ്യകൾ മാത്രമുള്ള ഗുണനരൂപത്തിൽ എഴുതൂ. ഇത് ഉപയോഗിച്ച് ഓരോന്നിന്റെയും അഭാജ്യഘടകങ്ങളും എഴുതൂ.

- ചുവടെ നൽകിയ സംഖ്യകളെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതൂ.



അഭാജ്യസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താനൊരു മാർഗം

ആറ് നിരകളിലായി 1 മുതൽ 50 സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50				

- 2 ഒഴികെ 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു. 2, 4, 6 നിരകൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- 3 ഒഴികെ 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- ഇതുപോലെ 5, 7 എന്നീ സംഖ്യകൾ ഒഴികെ ഇവയുടെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- ശേഷിക്കുന്നത് അഭാജ്യസംഖ്യകൾ ആയിരിക്കും.

അടിസ്ഥാനഘടകങ്ങൾ

252 നെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എങ്ങനെ എഴുതാം?

ഇവിടെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം ഇരട്ടസംഖ്യയാണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് 2 ഒരു ഘടകമാണ്. മറ്റു ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ 252 നെ 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കാം.

$252 = 2 \times 126$

126 ന്റെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്ത് 6 ആണല്ലോ.

അതുകൊണ്ട് 2 ഒരു ഘടകമാണ്.

$126 = 2 \times 63$

63 ന്റെ അക്കത്തുക 9 ആണല്ലോ. 9 ന്റെ ഘടകമാണ് 3.

ഇതിൽനിന്ന് 3 ഒരു ഘടകമാണെന്നു കാണാം.

$$63 = 3 \times 21$$

21 നെ 7×3 എന്നെഴുതാമല്ലോ.

ഇത് ഹരണരൂപത്തിൽ ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

2	252
2	126
3	63
3	21
	7

അതായത് $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതൂ.

- 145 • 210 • 100
- 168 • 225 • 288

വൻ പൊതുഘടകം

16 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

1, 2, 4, 8, 16 എന്നിവയാണല്ലോ.

12 ന്റെ ഘടകങ്ങളോ?

1, 2, 3, 4, 6, 12

12 നും 16 നും പൊതുവായി വരുന്ന ഘടകങ്ങൾ 1, 2, 4 എന്നിവയാണ്.

ഈ സംഖ്യകളെ 12 ന്റെയും 16 ന്റെയും പൊതുഘടകങ്ങൾ (Common factors) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഈ പൊതുഘടകങ്ങളിൽ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ 4 ആയതുകൊണ്ട് 4 നെ 12 ന്റെയും 16 ന്റെയും വൻ പൊതുഘടകം (Highest Common Factor) എന്നും പറയുന്നു.

ഇത് മറ്റൊരു രീതിയിലും കാണാം.

16 നെയും 12 നെയും അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ അറിയാമല്ലോ.

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

പതിനൊന്നിന്റെ ഗുണിതം

462 എന്ന സംഖ്യ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണോ?

462 നെ 11 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കി ഇതിന് ഉത്തരം പറയാം.

ഹരിച്ച് നോക്കാതെ ഉത്തരം പറയാൻ എന്താണ് വഴി?

$$\begin{aligned} 462 &= 4 \times 100 + 6 \times 10 + 2 \\ &= 4 \times (99 + 1) + 6(11 - 1) + 2 \\ &= 4 \times 99 + 4 + 6 \times 11 - 6 + 2 \\ &= (4 \times 99 + 6 \times 11) + 4 - 6 + 2 \end{aligned}$$

99 ഉം 11 ഉം 11 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്. അപ്പോൾ 462, 11 ന്റെ ഗുണിതമാകണമെങ്കിൽ $4 - 6 + 2$, 11 ന്റെ ഗുണിതമായാൽ മതി. $4 - 6 + 2 = 0$ ആയതിനാൽ 462 എന്ന സംഖ്യ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

മറ്റൊരുദാഹരണം നോക്കാം:

$$\begin{aligned} 2596 &= 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 9 \times 10 + 6 \\ &= 2(1001 - 1) + 5(99 + 1) + 9(11 - 1) + 6 \\ &= 2 \times 1001 - 2 + 5 \times 99 + 5 + 9 \times 11 - 9 + 6 \\ &= (2 \times 1001 + 5 \times 99 + 9 \times 11) - 2 + 5 - 9 + 6 \end{aligned}$$

1001, 99, 11 എന്നിവ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്. അപ്പോൾ 2596 എന്ന സംഖ്യ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്. അതായത് സംഖ്യയിലെ ഒന്ന്, നൂറ്, പതിനായിരം, ... തുടങ്ങിയ സ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയും പത്ത്, ആയിരം, ലക്ഷം, ... തുടങ്ങിയ സ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 11 ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ ആ സംഖ്യ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

ഇവിടെ 12 ന്റെയും 16 ന്റെയും അഭാജ്യഘടകങ്ങളിൽ പൊതുവായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

2, 2 ആണല്ലോ.

അതിനാൽ 12 ന്റെയും 16 ന്റെയും വൻ പൊതുഘടകം $2 \times 2 = 4$ ആണ്.

24 ന്റെയും 18 ന്റെയും വൻ പൊതു ഘടകം എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം?

24 നെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ അറിയാമല്ലോ.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

ഇനി 18 നെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാം.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

24 ന്റെയും 18 ന്റെയും പൊതുഘടകങ്ങൾ ഇവയിൽനിന്ന് കാണാമല്ലോ. പൊതുഘടകങ്ങൾ

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

വൻ പൊതുഘടകം 6 എന്നു കാണാം.



- ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യാജോടികളിലെ പൊതുഘടകങ്ങളും വൻ പൊതുഘടകവും കണ്ടെത്തൂ.
 - 28, 20 • 15, 25 • 28, 36
 - 36, 45 • 32, 40 • 18, 24
- ജോസ് വെളിച്ചെണ്ണ അളന്ന് നൽകുകയാണ്. സിയാദിന് 12 ലിറ്ററും മീരയ്ക്ക് 16 ലിറ്ററും വെളിച്ചെണ്ണ വേണം. ജോസിന്റെ കൈയിൽ എല്ലാ അളവുകളും അളക്കാൻ കഴിയുന്ന പാത്രങ്ങളുണ്ട്. രണ്ടു പേർക്കും അളന്നു നൽകാൻ കഴിയുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ഒരു പാത്രം ഏത്?

സെമിനാർ: 'അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ചരിത്രം' എന്ന വിഷയത്തെ ആസ്പദമാക്കി ഒരു സെമിനാർ പേപ്പർ തയ്യാറാക്കി അവതരിപ്പിക്കൂ.

- ചുവടെ നൽകിയ സംഖ്യകളുടെ 5 വീതം ഗുണിതങ്ങൾ എഴുതുക.

32	23	55	60
----	----	----	----
- സംഖ്യാജോടികളുടെ ചെറുപൊതുഗുണിതം കണ്ടെത്തൂ.
 - 12, 15 • 20, 30 • 7, 8 • 8, 16
- ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ.

25	37	48	100
----	----	----	-----
- അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതൂ.

25	60	58	125
160	204	190	92
- പൊതുഘടകങ്ങളും വൻ പൊതുഘടകവും കണ്ടെത്തൂ.
 - 36, 48 • 44, 64 • 24, 56



പ്രോജക്ട്

വിവിധ സംഖ്യാജോടികളുടെ ഗുണനഫലവും ചെറു പൊതുഗുണിതവും, വൻ പൊതുഘടകവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുക.



തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> • സംഖ്യകളുടെ പൊതു ഗുണിതങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു. • സംഖ്യകളുടെ പൊതുഘടകങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു. • പൊതുഗുണിതങ്ങൾ, പൊതുഘടകങ്ങൾ എന്നിവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നപരിഹാരം നടത്തുന്നു. • സംഖ്യകളുടെ ഘടകങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഭാജ്യസംഖ്യകൾ, അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിക്കുന്നു. • സംഖ്യകളെ അവയുടെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു. • ഏതൊരു സംഖ്യയും 2,3,4,5,6,8,9,10 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് ഹരിച്ചു നോക്കാതെ നിശ്ചയിക്കുന്നു. • രണ്ടു സംഖ്യകൾക്ക് അവയുടെ ചെറു പൊതുഗുണിതവും വൻ പൊതുഘടകവുമായുള്ള ബന്ധം വിശദീകരിക്കുന്നു. 			

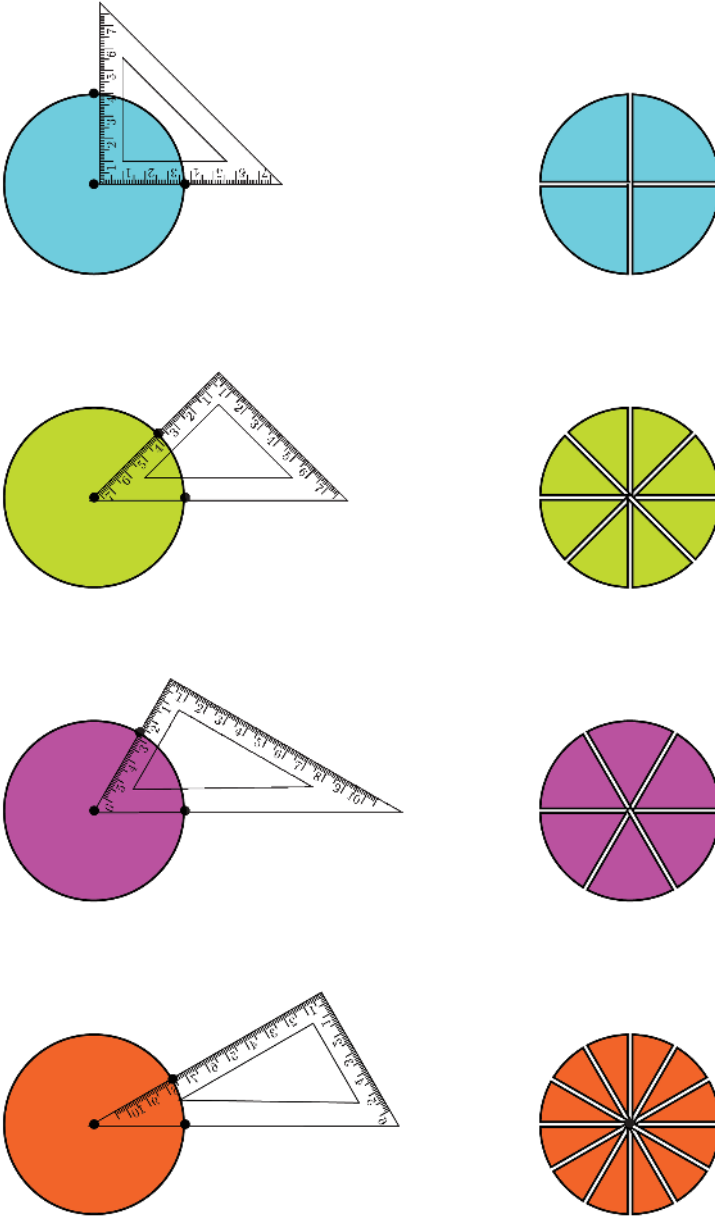
8

ഭാഗങ്ങൾ ചേരുമ്പോൾ

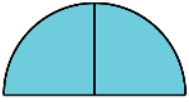


വട്ടക്കഷണങ്ങൾ

ഒരു വട്ടത്തിനെ മട്ടങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പല സമഭാഗങ്ങളാക്കാമെന്നു കണ്ടല്ലോ.



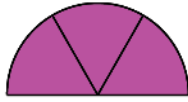
ഇങ്ങനെ ഒരേ വലുപ്പത്തിലുള്ള പല വൃത്തങ്ങളുടെ കൂറേ $\frac{1}{4}$ ഭാഗങ്ങളും, $\frac{1}{8}$ ഭാഗങ്ങളും, $\frac{1}{6}$ ഭാഗങ്ങളും, $\frac{1}{12}$ ഭാഗങ്ങളും, നാലു പെട്ടികളിലാക്കിയാണ് ലീല ടീച്ചർ ക്ലാസിൽ വന്നത്. കുട്ടികളെ നാലു സംഘങ്ങളാക്കി, ഓരോ സംഘത്തിനും ഒരു പെട്ടി വീതം കൊടുത്തു. ഓരോ സംഘവും അവർക്കു കിട്ടിയ വട്ടക്കഷണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പകുതി വട്ടം ഉണ്ടാക്കണം.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$$

ഇതുപോലെയുള്ള വട്ടക്കഷണങ്ങൾ നിങ്ങൾക്കും ഉണ്ടാക്കാമല്ലോ. അവയുപയോഗിച്ച്, ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം ഉണ്ടാക്കാം?

$\frac{1}{3}$ ആയാലോ?

ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ $\frac{2}{3}$ ഉണ്ടാക്കാം?

അംശവും ചേരവും

രണ്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ ഒന്നിനെയാണല്ലോ പകുതി എന്നു പറയുന്നതും, $\frac{1}{2}$ എന്നെഴുതുന്നതും.

നാലു സമഭാഗങ്ങളിൽ നിന്ന് രണ്ടെണ്ണമെടുത്ത് ചേർത്തുവെച്ചാലും പകുതിതന്നെ; അതായത്, നാലിൽ രണ്ടും, രണ്ടിൽ ഒന്നും പകുതിതന്നെ. ഇക്കാര്യം

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

എന്നെഴുതാം.

6 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 3 എണ്ണമെടുത്താലോ?

അപ്പോൾ

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

ഇത് എത്ര വേണമെങ്കിലും തുടരാം. ഉദാഹരണമായി. 100 സമഭാഗങ്ങളിൽ എത്രയെണ്ണം എടുത്താലാണ് പകുതി കിട്ടുന്നത്?

ഇതെങ്ങനെ എഴുതും?

$$\frac{1}{2} = \dots\dots\dots$$

ഇത് മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറയാം. $\frac{50}{100}$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യയിൽ, ചുവട്ടിലെ 100 എന്ന സംഖ്യ, ആകെ എത്ര ഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചു എന്നതിനെയാണ് കാണിക്കുന്നത്. മുകളിലെ സംഖ്യ 50, എത്ര ഭാഗങ്ങൾ എടുത്തു എന്നതിനേയും.

മുറിക്കുക എന്നതിന് ഛേദിക്കുക എന്നും പറയാം. അതിനാൽ 100 എന്ന സംഖ്യയെ, $\frac{50}{100}$ ന്റെ ഛേദം (denominator) എന്നാണ് പറയുന്നത്. ഭാഗത്തിന് അംശം എന്നു പറയാറുണ്ട്. ഇതിനാൽ, 50 നെ $\frac{50}{100}$ ന്റെ അംശം (numerator) എന്നും പറയുന്നു.

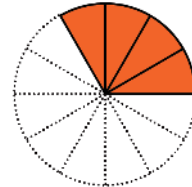
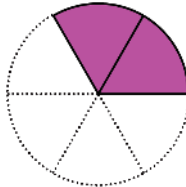
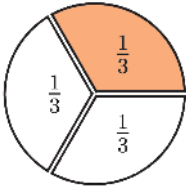
അപ്പോൾ പകുതി എന്നതിന്റെ പല സംഖ്യാരൂപങ്ങളായ

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \dots$$

എന്നിവയിലെ ഛേദങ്ങൾ 2, 4, 6, 8, ... എന്നിങ്ങനെ മാറുമ്പോൾ, അംശങ്ങൾ 1, 2, 3, 4, ... എന്നിങ്ങനെ മാറണം.

ഇനി മൂന്നിലൊന്നിന്റെ കാര്യം നോക്കാം:

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ



$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ ആണെന്ന് വ്യക്തമാണല്ലോ

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ



ഒരു നാട 9 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചിരിക്കുന്നു; ഇവയിൽ എത്രയെണ്ണമെടുത്താലാണ് നാടയുടെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം കിട്ടുന്നത്?



$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

അങ്ങനെ

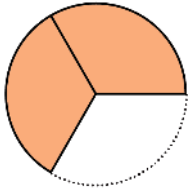
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

എന്നെല്ലാം കാണാം. ഇതും എത്ര വേണമെങ്കിലും തുടരാം. ഉദാഹരണമായി, ഒരു നാട 15 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ എത്രയെണ്ണമെടുത്താലാണ്. നാടയുടെ $\frac{1}{3}$ കിട്ടുക?

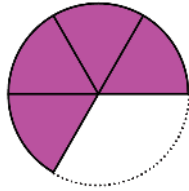
ഇതെങ്ങനെ എഴുതാം?

$$\frac{1}{3} = \dots\dots\dots$$

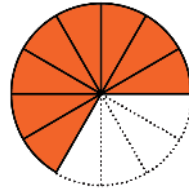
നേരത്തെ മുറിച്ചെടുത്ത വട്ടക്കഷണങ്ങൾ ചേർത്തുവെച്ച് എങ്ങനെയെല്ലാം $\frac{2}{3}$ ഉണ്ടാക്കാം?



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$



$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

ഒരു നാട 9 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ എത്രയെണ്ണം എടുത്താൽ, നാടയുടെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം കിട്ടും?



$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$



$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

ഇതിൽ നിന്നെല്ലാം കണ്ടത് എന്തൊക്കെയാണ്?

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

ഇതിനിയും തുടരാം. $\frac{2}{3}$ ന്റെ പലപല രൂപങ്ങളിൽ, ഛേദമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

ഇവയെല്ലാം ഏതു സംഖ്യയുടെ ഗുണിതങ്ങളാണ്?
അംശങ്ങളോ?

3 ന്റെ ഏതു ഗുണിതവും ഛേദമായി എടുക്കാമോ?

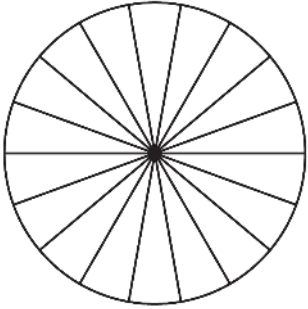
ഛേദം 24 ആയെടുത്താൽ, അംശം എന്തായി എടുക്കണം?

2 ന്റെ ഏതു ഗുണിതവും അംശമായി എടുക്കാമോ?

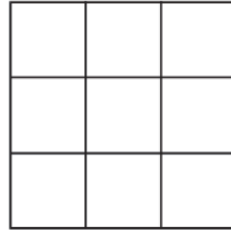
അംശം 24 എന്നെടുത്താൽ, ഛേദം എന്താകണം?



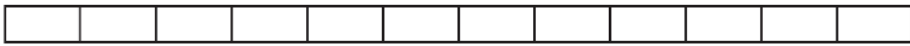
- ചുവടെയുള്ള ഓരോ ചിത്രത്തിലും പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുക്കുക. അതിൽ നിന്ന് തന്നിരിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യയുടെ മറ്റൊരു രൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക:



$$\frac{1}{6}$$

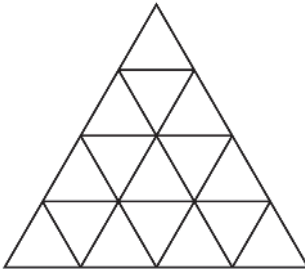


$$\frac{2}{3}$$



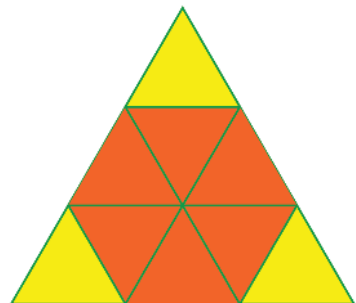
$$\frac{3}{4}$$

- ചുവടെയുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുക്കണം:



കൂട്ടുകാരുമായി ചേർന്ന് വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ ഇതു ചെയ്തുനോക്കൂ. ഇതിൽ നിന്നു കിട്ടുന്നത് $\frac{1}{4}$ ന്റെ ഏതു രൂപമാണ്?

- ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ചുവന്ന നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്, വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?



ഈ ഭിന്നസംഖ്യയെ 3 ഛേദമായ രൂപത്തിൽ എഴുതുക.

- ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, അതിനെ 12 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചെടുക്കുക. ഈ കഷണങ്ങൾ ചേർത്തുവെച്ച്, വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$ എന്നീ ഭാഗങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുക. ഈ ഭിന്ന സംഖ്യകളുടെയെല്ലാം 12 ഛേദമായ രൂപം എഴുതുക.
- ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, 8 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചെടുക്കുക. ഈ കഷണങ്ങൾ ചേർത്തു വെച്ച്, വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയുമോ? $\frac{2}{3}$ ഭാഗമോ? $\frac{3}{4}$ ഭാഗമായാലോ?

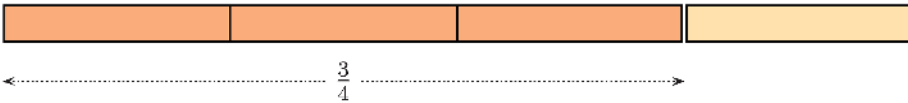
ഒരു ഭിന്നം, പല രൂപം

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയെത്തന്നെ, അംശവും ഛേദവും മാറ്റി, പല രൂപത്തിൽ എഴുതാമെന്നു കണ്ടു. $\frac{3}{4}$ ന്റെ ഇത്തരം രൂപങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെ?

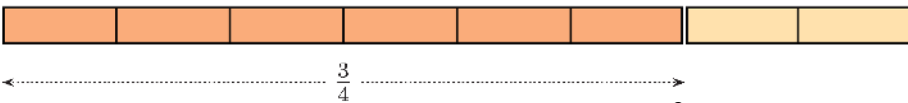
നീളമുള്ള ഒരു നാട 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കുക:



ഇവയിൽ 3 എണ്ണം ചേർത്തുവെച്ചാൽ, നാടയുടെ $\frac{3}{4}$ ആയി



നാലു കഷണങ്ങളേയും പകുതിയാക്കിയാലോ?

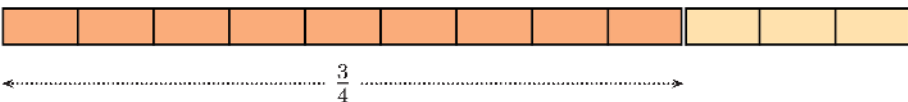


നാട 8 സമഭാഗങ്ങളായി; അവയിൽ 6 എണ്ണം ചേർന്നതാണ് $\frac{3}{4}$

അതായത്,

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

നാല് കഷണങ്ങളേയും രണ്ടു സമഭാഗങ്ങൾ വീതമാക്കുന്നതിനു പകരം, മൂന്നു സമഭാഗങ്ങൾ വീതമാക്കിയാലോ?



$\frac{3}{4}$ ന്റെ മറ്റൊരു രൂപം കിട്ടിയില്ലേ?

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

നാലു കഷണങ്ങളോരോന്നും നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ?

ചിത്രമൊന്നുമില്ലാതെ ആലോചിച്ചു നോക്കാം:

ആകെ കഷണങ്ങൾ $4 \times 4 = 16$

$\frac{3}{4}$ ഭാഗത്തിലെ കഷണങ്ങൾ $3 \times 4 = 12$

അപ്പോൾ

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$$

അതായത്, ആകെ കഷണങ്ങൾ 4 ന്റെ എത്ര മടങ്ങാണോ, അത്രയും മടങ്ങ് 3 എടുത്താൽ

$\frac{3}{4}$ ന് തുല്യമായ സംഖ്യ കിട്ടും.

മറ്റൊരു രീതിയിലും പറയാം: $\frac{3}{4}$ ന്റെ പല രൂപങ്ങൾ കിട്ടാൻ, 4 ന്റെ ഏതു ഗുണിതവും ഛേദമായെടുക്കാം; 3 ന്റെ അതേ ഗുണിതം തന്നെ അംശമായെടുക്കണം.

ഉദാഹരണമായി,

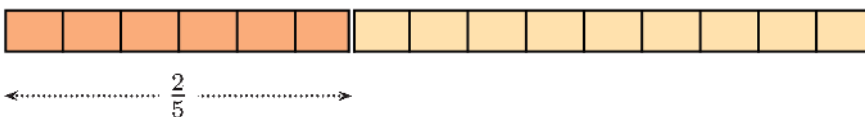
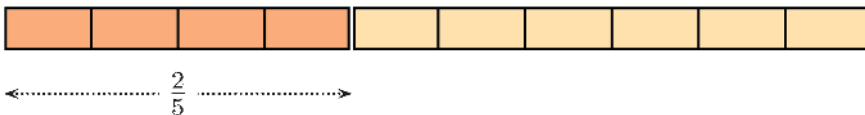
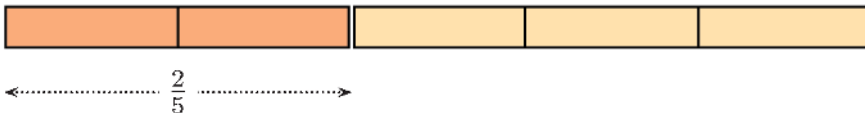
$$4 \times 25 = 100 \quad 3 \times 25 = 75$$

എന്നീ ഗുണിതങ്ങളിൽ നിന്ന്

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$$

എന്നു കിട്ടും.

ഇത് എല്ലാ ഭിന്നങ്ങൾക്കും ശരിയല്ലേ? ഉദാഹരണമായി $\frac{2}{5}$ നോക്കാം:



ഇവിടെ നാം കാണുന്ന പൊതുതത്ത്വം എന്താണ്?

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ഛേദത്തെയും അംശത്തെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ, അതേ ഭിന്നസംഖ്യയുടെ മറ്റൊരു രൂപം കിട്ടും.

മറ്റൊരു കാര്യം കൂടി നോക്കാം. $\frac{18}{24}$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യ നോക്കുക. ഇതിന്റെ ഛേദവും അംശവും ഇരട്ടസംഖ്യകളാണ്; അതായത്, അവ രണ്ടിനും 2 ഘടകമാണ്:

$$24 = 12 \times 2 \quad 18 = 9 \times 2$$

അപ്പോൾ, മുകളിൽ കണ്ടതനുസരിച്ച്,

$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12}$$

9 നും 12 നും പൊതുവായി ഏതെങ്കിലും ഘടകമുണ്ടോ?

$$12 = 4 \times 3, \quad 9 = 3 \times 3$$

എന്നു കാണാം; അപ്പോൾ

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

അങ്ങനെ

$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

ഇവിടെ കണ്ടതെന്താണ്?

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ഛേദത്തിനും അംശത്തിനും പൊതുവായ ഒരു ഘടകമുണ്ടെങ്കിൽ, അതുകൊണ്ട് ഛേദത്തിനെയും അംശത്തിനെയും ഹരിച്ചാൽ അതേ ഭിന്നസംഖ്യയുടെ മറ്റൊരു രൂപം കിട്ടും.

മുകളിൽ കണ്ട ഉദാഹരണത്തിൽ $\frac{18}{24}$ നെ ആദ്യം

$\frac{9}{12}$ എന്നെഴുതി; പിന്നീട് ഛേദവും അംശവും

വീണ്ടും ചെറുതാക്കി $\frac{3}{4}$ എന്നെഴുതി.

ഛേദവും അംശവും ഇനിയും ചെറുതാക്കാൻ കഴിയില്ലല്ലോ (എന്തുകൊണ്ട്?) അതിനാൽ $\frac{3}{4}$ നെ $\frac{18}{24}$ ന്റെ ലഘൂരൂപം (in lowest terms) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ, ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ, ഛേദത്തിന്റെയും അംശത്തിന്റെയും പൊതുവായ ഘടകങ്ങളെല്ലാം ഹരിച്ചു മാറ്റിയാൽ കിട്ടുന്നതാണ് അതിന്റെ ലഘൂരൂപം.

ഇനി ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

• പൂരിപ്പിക്കുക

- $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{30}$
- $\frac{5}{6} = \frac{20}{\dots}$
- $\frac{45}{75} = \frac{3}{\dots}$
- $\frac{42}{48} = \frac{\dots}{8}$

• ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളെ 10, 100, 1000 ഇവ ഏതെങ്കിലും ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതുക:

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{5}$
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{5}{8}$

വലുതും ചെറുതും

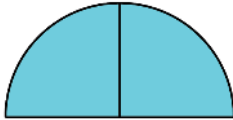
ചിത്രത്തിൽ $0, \frac{1}{2}$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചേർത്ത് വരയ്ക്കൂ. ഈ വരയിൽ വരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

$0, \frac{2}{3}$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചേർത്ത് വരയ്ക്കൂ. ഈ വരയുടെ മുകളിൽ വരുന്ന ഭിന്നങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്? ഈ വരയുടെ താഴെ വരുന്ന ഭിന്നങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതയോ?

- $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ എന്നീ ഭിന്നസംഖ്യകളെ 10, 100, 1000 ഇവ ഏതെങ്കിലും ഛോദമായ ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
- ചുവടെയുള്ള ഓരോ ജോടി ഭിന്നസംഖ്യകളേയും ഒരേ ഛോദമുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളായി എഴുതുക.
 - $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ • $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ • $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ • $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

ചേർത്തുവയ്ക്കാം

ഒരു വട്ടത്തെ നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർത്തുവെച്ചാൽ പകുതി വട്ടമായി:

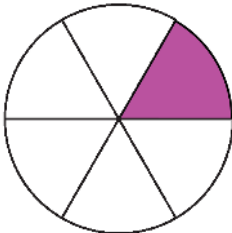


അതായത്, കാൽ വട്ടത്തിനോട് കാൽ വട്ടം ചേർത്താൽ പകുതി വട്ടം; അഥവാ കാലും കാലും ചേർന്നാൽ അര. ഇക്കാര്യം ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

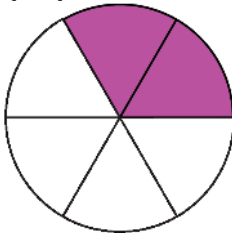
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

ഇതുപോലെ വട്ടത്തിനെ ആറു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയ കഷണങ്ങളിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർത്തുവെച്ചാലോ?

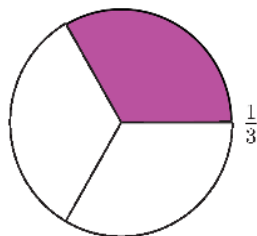
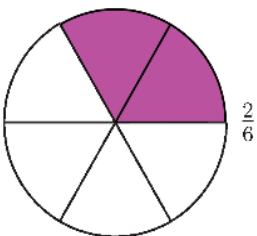
ഒരു വട്ടം വരച്ച്, ആറു സമഭാഗങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഒരു ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുക്കുക.



ഒരു ഭാഗത്തിനുകൂടി നിറം കൊടുക്കുക:



ഇപ്പോൾ വട്ടത്തിന്റെ $\frac{2}{6}$ ഭാഗത്തിനു നിറമായി. $\frac{2}{6}$ എന്നത്, $\frac{1}{3}$ ന്റെ വേറൊരു രൂപമല്ലേ?



ഇക്കാര്യവും ഒരു തുകയായി എഴുതാം:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ഇനി വട്ടത്തെ എട്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർത്തുവെച്ചാൽ ആകെ എത്ര ഭാഗമാകുമെന്ന് മനസ്സിലാക്കി പറയാമോ?

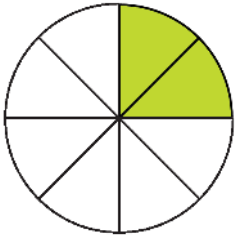
8 സമഭാഗങ്ങളിൽ 2 എണ്ണമെടുത്താൽ $\frac{2}{8}$; മാത്രവു മല്ല,

$$\frac{2}{8} = \frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{1}{4}$$

എന്നും കാണാം. അപ്പോൾ

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ചിത്രം വരച്ചു നിറംകൊടുത്തും ഇതു കാണാം:



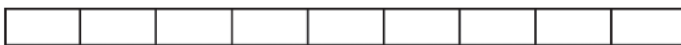
വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{8}$ ഭാഗവും $\frac{3}{8}$ ഭാഗവും ചേർത്തുവെച്ചാൽ എത്ര ഭാഗമാകും?

8 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ $1 + 3 = 4$ ഭാഗങ്ങളാണ് ആകെ എടുത്തിരിക്കുന്നത്.

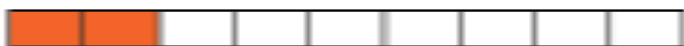
അതായത് $\frac{4}{8}$ ഇതിലെ ഹേദവും അംശവും ചെറുതാക്കാമല്ലോ:

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

വട്ടത്തിന്റെ ഭാഗങ്ങൾക്ക് നിറം കൊടുത്ത്, ഈ തുകയുടെ ചിത്രം വരച്ചുനോക്കൂ. നീളമുള്ള ഒരു നാടയെടുത്ത് അതിൽ 9 സമഭാഗങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക:



ഇതിൽ 2 ഭാഗങ്ങൾക്ക് നിറം കൊടുക്കുക:



ഇനി 4 ഭാഗങ്ങൾക്കു കൂടി നിറം കൊടുക്കുക:



പകുതിയും പകുതിയുടെ പകുതിയും

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = 1$$

.....

.....

.....

ഏതാനും ചില വരികൾ കൂടി എഴുതിനോക്കൂ.

ഇപ്പോൾ $2 + 4 = 6$ എണ്ണത്തിന് നിറമായി.
 മറ്റൊരു രീതിയിൽപ്പറയാം: ആദ്യം നിറം കൊടുത്തത്,
 നാടയുടെ $\frac{2}{9}$ ഭാഗം; രണ്ടാമത് നിറം കൊടുത്തത്,
 നാടയുടെ $\frac{4}{9}$ ഭാഗം; ആകെ നിറം കൊടുത്തത്
 $\frac{6}{9}$ ഭാഗം.

ഇത് ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുകയായി എഴുതാം:

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9}$$

ഇതിൽ $\frac{6}{9}$ നെ ലഘൂകരിക്കാൻ എഴുതാമല്ലോ

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$



അതായത്,

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



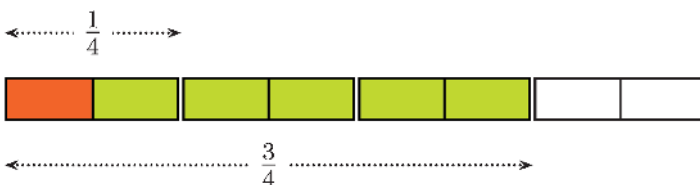
ചുവന്ന നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് ചിത്രത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?

പച്ച നിറമോ?

ആകെ നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?

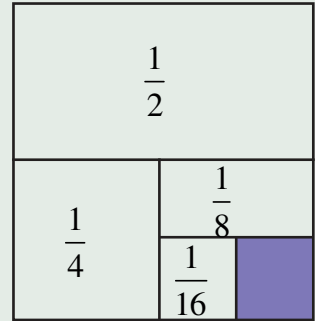
ഇതിൽ നിന്നു കിട്ടുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുക എന്താണ്?

$$\frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

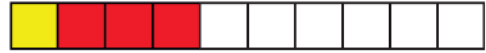
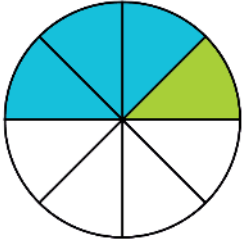


തുക ജ്യാമിതീയമായി

ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരത്തെ വിവിധ ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നത് കണ്ടല്ലോ. ഷെയ്ഡ് ചെയ്യാത്തത് വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്? ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൾ കൂട്ടി നോക്കാതെ ഉത്തരം കണ്ടെത്താമോ?



ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള ഓരോ ചിത്രത്തിലും വ്യത്യസ്ത നിറം കൊടുത്ത ഭാഗങ്ങളും ആകെ നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഭാഗവും ഭിന്നസംഖ്യകളായി എഴുതുക. ഓരോ ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കിട്ടുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുക ലഘൂരൂപത്തിൽ എഴുതുക:



■ നിറം ഭാഗം

■ നിറം ഭാഗം

■ നിറം ഭാഗം

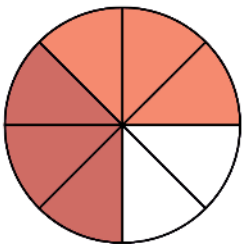
■ നിറം ഭാഗം

ആകെ ഭാഗം

ആകെ ഭാഗം

+ = =

+ = =



■ നിറം ഭാഗം

■ നിറം ഭാഗം

■ നിറം ഭാഗം

■ നിറം ഭാഗം

ആകെ ഭാഗം

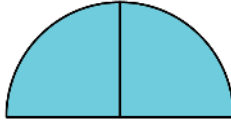
ആകെ ഭാഗം

+ = =

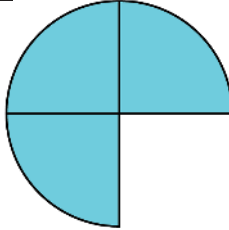
+ = =

ഭിന്ന സങ്കലനം

ഒരു വട്ടത്തെ നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കി, അതിൽ രണ്ടു കഷണങ്ങൾ ചേർത്തുവെച്ചാൽ പകുതി വട്ടം കിട്ടും:



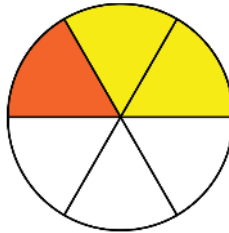
ഒരു കഷണംകൂടി ചേർത്തു വെച്ചാലോ?



മൂക്കാൽ വട്ടമായി. അതായത്, അരയും കാലും ചേർന്നാൽ മൂക്കാൽ:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കുക:



വട്ടത്തിനെ 6 സമഭാഗങ്ങളാക്കി, അതിൽ 2 എണ്ണത്തിന് മഞ്ഞ നിറവും 1 എണ്ണത്തിന് ചുവപ്പു നിറവും കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ആകെ നിറം കൊടുത്തത് 1 + 2 ഭാഗം. ഇക്കാര്യം ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുകയായി എങ്ങനെ എഴുതാം?

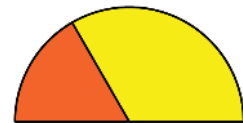
$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

ഇതിൽ

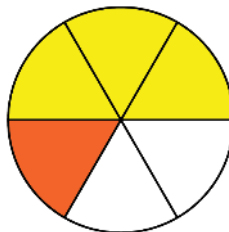
$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

എന്നിങ്ങനെ ലഘൂരൂപത്തിൽ എഴുതാമല്ലോ. അപ്പോൾ

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$



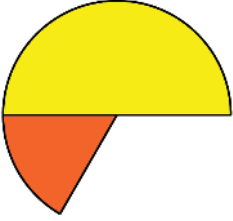
ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നു കിട്ടുന്ന തുകയെന്താണ്?



$$\frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

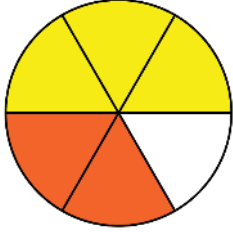
$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ എന്നും, $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ എന്നു ലഘൂകരിച്ചാൽ ഇത് ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$



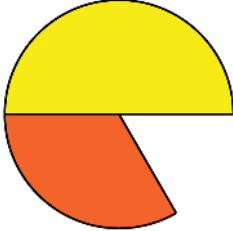
ചിത്രം ഇങ്ങനെ ആയാലോ?

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$



$\frac{3}{6}, \frac{2}{6}$ എന്നിവയെ ലഘൂരൂപത്തിലെഴുതിയാൽ, ഇത് ഇങ്ങനെയാകും

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$



ഇനി വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗവും, $\frac{3}{8}$ ഭാഗവും ചേർത്തുവെച്ചാൽ എത്ര ഭാഗമാവുമെന്ന് ചിത്രം വരയ്ക്കാതെ ആലോചിച്ചു നോക്കാം:

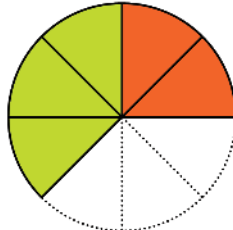
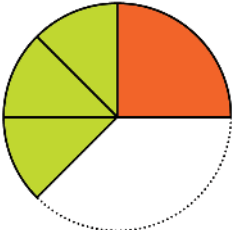
കഷണങ്ങളെല്ലാം ഒരേ പോലെയല്ലെങ്കിൽ എളുപ്പം കൂട്ടിയെടുക്കാം. ഇതിലെ ഒരു കഷണമായ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം, 8 സമഭാഗങ്ങളിൽ 2 എണ്ണം ചേർന്നതായി കണ്ടാലോ?

$\frac{3}{8}$ എന്നത് ഇത്തരം 3 ഭാഗങ്ങൾ ചേർന്നതാണ്.

അപ്പോൾ 8 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ ആകെ $2 + 3 = 5$ ഭാഗം; അതായത് $\frac{5}{8}$.

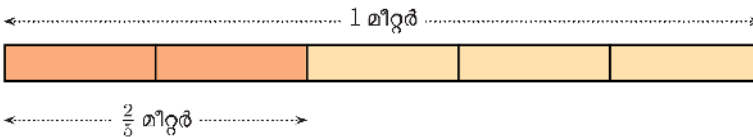
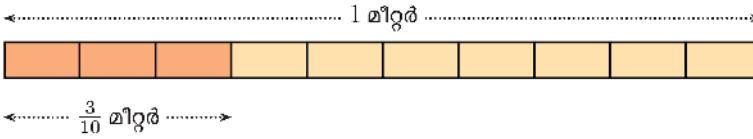
$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

ഈ ആശയം ചിത്രം വരച്ചു നോക്കാം:

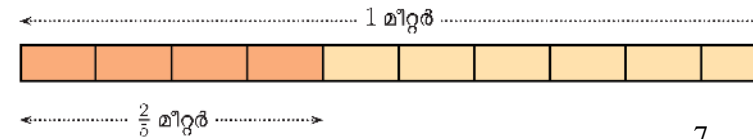
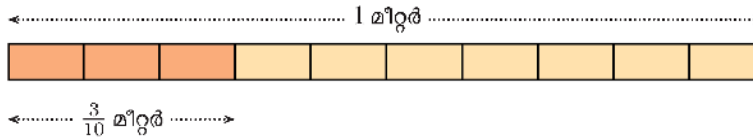


മറ്റൊരു കണക്ക്: $\frac{3}{10}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാടയും $\frac{2}{5}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാടയും അറ്റത്തോടറ്റം ചേർത്തു വെച്ചാൽ, ആകെ എത്ര മീറ്റർ ആകും?

$\frac{3}{10}$ മീറ്ററിനെ, ഒരു മീറ്ററിന്റെ 10 സമഭാഗങ്ങളിൽ 3 എണ്ണമെന്നും, $\frac{2}{5}$ മീറ്ററിനെ, ഒരു മീറ്ററിന്റെ 5 സമഭാഗങ്ങളിൽ 2 എണ്ണമെന്നും എടുത്താൽ, ഈ ഭാഗങ്ങളെല്ലാം ഒരു പോലെയല്ല.



$\frac{2}{5}$ മീറ്ററിനെ, ഒരു മീറ്ററിന്റെ 10 സമഭാഗങ്ങളിൽ 4 എണ്ണം എന്നും എടുക്കാമല്ലോ:



അപ്പോൾ ആകെ ഇത്തരം $4 + 3 = 7$ സമഭാഗങ്ങളായി. അതായത് $\frac{7}{10}$ മീറ്റർ

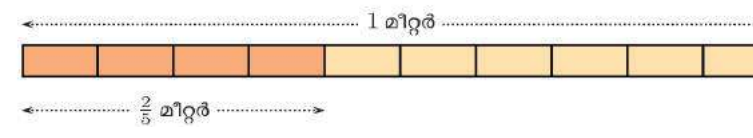
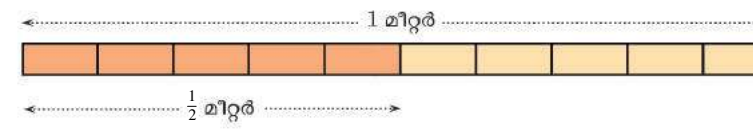
$$\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

$\frac{1}{2}$ മീറ്ററും $\frac{2}{5}$ മീറ്ററുമാണ് ചേർത്തുവയ്ക്കുന്നതെങ്കിലോ?

$\frac{2}{5}$ മീറ്ററിനെ, ഒരു മീറ്ററിന്റെ 10 സമഭാഗങ്ങളിൽ 4 എണ്ണം എന്നെഴുതാം; $\frac{1}{2}$ മീറ്ററിനെയോ?

ഒരു മീറ്ററിന്റെ 10 സമഭാഗങ്ങളിൽ 5 എണ്ണം എടുത്താൽ $\frac{1}{2}$ മീറ്ററാകുമല്ലോ. അപ്പോൾ

ഇത്തരം ഭാഗങ്ങൾ ആകെ $4 + 5 = 9$ എണ്ണം; അതായത് $\frac{9}{10}$ മീറ്റർ



$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$$

ഇവിടെയെല്ലാം നാം കാണുന്ന പൊതുവായ രീതി എന്താണ്?

രണ്ടു ഭിന്നങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കാൻ, അവയെ ഒരേ ഛേദമായ രൂപത്തിലാക്കണം.

ഇതനുസരിച്ച്, $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ എങ്ങനെ കണക്കാക്കും?

ആദ്യം ഇവയെ ഒരേ ഛേദമായ രൂപത്തിലാക്കണം.

$\frac{1}{3}$ വിവിധ രൂപങ്ങളിലെല്ലാം, ഛേദം 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്

$\frac{2}{5}$ ന്റെ രൂപങ്ങളിലെല്ലാം, ഛേദം 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളും

അപ്പോൾ ഒരേ ഛേദമാക്കുന്നത്, 3 ന്റെയും 5 ന്റെയും ഗുണിതമാകണം.

അതിന് $3 \times 5 = 15$ എടുത്താൽ മതിയല്ലോ.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$$

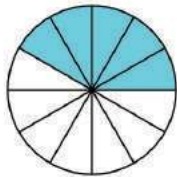
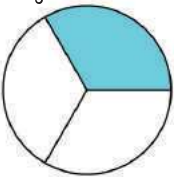
$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$$

ഇനി തുക കണ്ടുപിടിക്കാം:

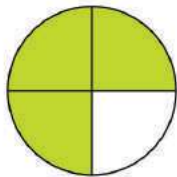
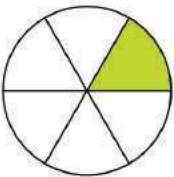
$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$



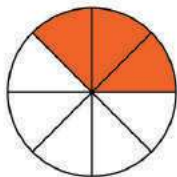
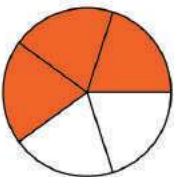
- ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം രണ്ടു വട്ടങ്ങളിലേയും നിറംകൊടുത്ത ഭാഗങ്ങൾ വെട്ടിയെടുത്ത് ചേർത്തുവെച്ചാൽ, ഒരു വട്ടത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗം കിട്ടുമെന്ന് കണക്കാക്കുക:



$$\square + \square = \square + \square = \square = \square$$



$$\square + \square = \square + \square = \square = \square$$



$$\square + \square = \square + \square = \square = \square$$

- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന തുകകൾ കണക്കാക്കുക:

• $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ • $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ • $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ • $\frac{1}{8} + \frac{5}{6}$

മറ്റു ചില കൂട്ടലുകൾ

ഒരു പാത്രത്തിൽ മൂക്കാൽ ലിറ്റർ പാലുണ്ട്; അതിൽ അര ലിറ്റർ പാൽ കൂടി ഒഴിച്ചാൽ, ആകെ എത്ര ലിറ്ററായി?

അര ലിറ്റർ ഒഴിച്ചത്, കാൽ ലിറ്റർ വീതം രണ്ടു തവണയായിട്ടാണെന്നു കരുതുക. ആദ്യത്തെ കാൽ ലിറ്റർ ഒഴിച്ചപ്പോൾ ഒരു ലിറ്ററായി (മൂക്കാലും കാലും). വീണ്ടും കാൽ ലിറ്റർ ഒഴിച്ചപ്പോഴോ?

ഒന്നുകാൽ ലിറ്റർ

ഇത് ഭിന്ന സംഖ്യകളുടെ തുകയായി എഴുതിയാലോ?

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$$

നേരത്തെ ഛേദം തുല്യമാക്കി കൂട്ടിയതുപോലെ ഇതു ചെയ്താലോ?

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

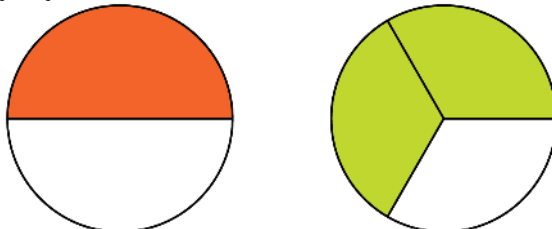
$\frac{5}{4}$ എന്നത്, $1\frac{1}{4}$ ന്റെ മറ്റൊരു രൂപമാണെന്ന് നേരത്തെ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ എങ്ങനെ കൂട്ടിയാലും ശരിയാണ്.

മൂക്കാൽ ലിറ്ററിന്റെ കൂടെ മൂക്കാൽ ലിറ്റർ തന്നെ ചേർത്താലോ?

മൂക്കാലും കാലും ഒന്ന്; ഇനി ചേർക്കേണ്ടത് അര; ആകെ ഒന്നര ലിറ്റർ

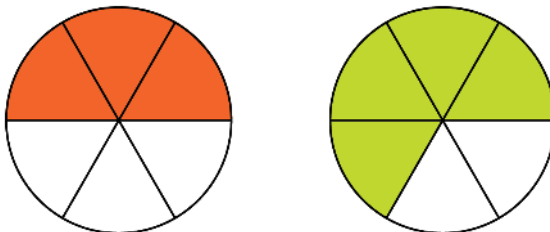
$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

ഒരേ വലുപ്പത്തിലുള്ള രണ്ടു വട്ടങ്ങൾ വരച്ച്, ഒന്നിന്റെ പകുതിയും മറ്റൊന്നിന്റെ മൂന്നിൽ രണ്ടു ഭാഗവും നിറം കൊടുക്കുക.

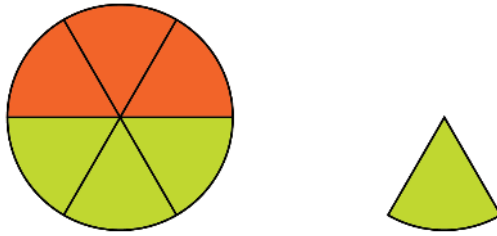


നിറംകൊടുത്ത ഭാഗങ്ങൾ മുറിച്ചെടുത്ത് ചേർത്തുവെച്ചാലോ? ഒരു വട്ടത്തിനേക്കാൾ കൂടുതലല്ലേ?

ഇങ്ങനെ മുറിച്ചാലോ?



കഷണങ്ങൾ ചേർത്തു വച്ച് ഒരു മുഴുവൻ വട്ടവും ബാക്കി ഒരു ഭാഗവുമായി മാറ്റാമല്ലോ.



ഇതിന്റെ കണക്ക് എഴുതിനോക്കാം:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

വേറൊരു കണക്ക്: അനുപിനും അച്ഛനും ഷർട്ടിന് തുണി വാങ്ങണം. അനുപിന് ഒന്നര മീറ്ററും, അച്ഛന് രണ്ടെകാൽ മീറ്ററും. ഒരേയിനം തുണി വാങ്ങുകയാണെങ്കിൽ ആകെ എത്ര മീറ്റർ വാങ്ങണം?

ഒന്നും രണ്ടും മൂന്ന്, അരയും കാലും മുക്കാൽ; ആകെ മൂന്നേ മുക്കാൽ മീറ്റർ എന്നു കണക്കു കൂട്ടാം; അതായത്.

$$1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(2 + \frac{1}{4}\right) = (1+2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

മറ്റൊരു രീതിയിലും കൂട്ടാം.

$$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

എന്നും എഴുതിയാൽ

$$1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = \frac{3}{2} + \frac{9}{4} = \frac{6}{4} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4} = \frac{(3 \times 4) + 3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$



- ഒരു പാത്രത്തിൽ ഒന്നര ലിറ്റർ പാലും മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ രണ്ടെകാൽ ലിറ്റർ പാലും മുണ്ട്. രണ്ടു പാത്രത്തിലും കൂടി ആകെ എത്ര ലിറ്റർ പാലുണ്ട്?
- ഒന്നര മീറ്റർ നീളമുള്ള രണ്ടു ചരടുകൾ അറ്റത്തോടറ്റം ചേർത്തു വെച്ചാൽ ആകെ എത്ര നീളമായി?
- സരള ഒന്നര കിലോഗ്രാം പയറും മുക്കാൽ കിലോഗ്രാം ചേനയും വാങ്ങി. ആകെ ഭാരം എത്രയാണ്?
- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന തുകകൾ കണക്കാക്കുക.

• $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ • $\frac{7}{8} + \frac{1}{4}$ • $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ • $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$ • $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}$

കുറയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ?

മുക്കാൽ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പിയിൽ നിന്ന് കാൽ മീറ്റർ മുറിച്ചുമാറ്റിയാൽ, മിച്ചമുള്ള കമ്പിയുടെ നീളം എത്രയാണ്?

മുക്കാൽ മീറ്റർ എന്നത് അര മീറ്ററും കാൽ മീറ്ററും ചേർന്നതാണല്ലോ; അതിൽ നിന്ന് കാൽ മീറ്റർ മാറ്റിയാൽ ബാക്കി അര മീറ്റർ. ഇത് ഇങ്ങനെ എഴുതാം.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

ഭിന്നസംഖ്യകൾ കൂട്ടിയതുപോലെതന്നെ ഈ കുറയ്ക്കലും ചെയ്യാം:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3 - 1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

മുക്കാൽ മീറ്റർ കമ്പിയിൽ നിന്ന് അര മീറ്ററാണ് മുറിച്ചു മാറ്റുന്നതെങ്കിൽ, മിച്ചം കാൽ മീറ്റർ

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

തുകകളുടെ കാര്യത്തിലെമ്പോഴും ഇതും ഛേദം തുല്യമാക്കി ചെയ്യാം:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3 - 2}{4} = \frac{1}{4}$$

അര മീറ്ററിൽ നിന്ന് മൂന്നിലൊന്നു മീറ്ററാണ് മുറിച്ചുമാറ്റുന്നതെങ്കിലോ?

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ കണ്ടുപിടിക്കണം. ഛേദങ്ങൾ തുല്യമാക്കി ചെയ്തുനോക്കാം:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$$

അതായത്, മിച്ചമുള്ളത് $\frac{1}{6}$ മീറ്റർ

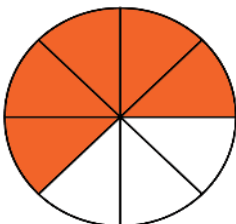
ഒരു ലിറ്റർ പാലിൽനിന്ന് കാൽ ലിറ്റർ പാൽ എടുത്തു. ബാക്കി എത്ര ലിറ്ററുണ്ട്?

കാലും മുക്കാലും ചേർന്നതാണല്ലോ ഒന്ന്; അപ്പോൾ ബാക്കി മുക്കാൽ ലിറ്റർ. ഇത് എങ്ങനെ എഴുതാം?

$$1 - \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

ഇങ്ങനെയും ചെയ്യാം: $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4 - 1}{4} = \frac{3}{4}$

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



ഓരോ ചതുരത്തിലും 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 എന്നീ അക്കങ്ങളിലെ ഓരോ അക്കം വീതം ചതുരങ്ങളിൽ എഴുതിനോക്കൂ. ഇങ്ങനെ എത്ര വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ എഴുതാം? ചതുരത്തിലെ അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ എത്ര രീതികളിൽ എഴുതാം?

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 1$$

വട്ടത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുത്തു?

എത്ര ഭാഗത്തിനുകൂടി നിറം കൊടുക്കാനുണ്ട്?

നിറം കൊടുക്കാനുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ കണക്ക് ഇങ്ങനെ എഴുതാം: $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

ഇത് ഇങ്ങനെയും കണക്കാക്കാം : $1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$

മറ്റൊരു കണക്ക്: രണ്ടര കിലോഗ്രാം ചേനയിൽ നിന്ന് ഒന്നുകാൽ കിലോഗ്രാം ഉള്ള കഷണം വെട്ടി മാറ്റി; മിച്ചം എത്ര കിലോഗ്രാമുണ്ട്?

രണ്ടു കിലോഗ്രാമിൽ നിന്ന് ഒരു കിലോഗ്രാം പോയാൽ ഒരു കിലോഗ്രാം; അര കിലോഗ്രാമിൽ നിന്ന് കാൽ കിലോഗ്രാം പോയാൽ കാൽ കിലോഗ്രാം; അപ്പോൾ മിച്ചമുള്ളത് ഒന്നുകാൽ കിലോഗ്രാം എന്നു മനക്കണക്കായി ചെയ്യാം.

ഇത് ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = \left(2 + \frac{1}{2}\right) - \left(1 + \frac{1}{4}\right) = (2 - 1) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = 1\frac{1}{4}$$

മറ്റൊരു രീതിയിലും കണക്കാക്കാം:

$$2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

എന്നും

$$1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

എന്നും എഴുതാമല്ലോ; അപ്പോൾ

$$2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{5}{4} = \frac{10}{4} - \frac{5}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

നേരത്തെ ചെയ്ത തുണിക്കണക്കിൽ, അനുപിന് ഒന്നര മീറ്ററും അച്ഛന് രണ്ടുകാൽ മീറ്ററും മാണല്ലോ വാങ്ങിയത്. അച്ഛന് അനുപിനേക്കാൾ എത്ര മീറ്ററാണ് കൂടുതൽ വാങ്ങിയത്?

ഇവിടെ കാൽ മീറ്ററിൽ നിന്ന് അര മീറ്റർ കുറയ്ക്കാൻ കഴിയില്ലല്ലോ. മറ്റൊരു രീതിയിൽ ആലോചിക്കാം:

ഒന്നര മീറ്ററിനോട് അര മീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ രണ്ടു മീറ്ററാകും; വീണ്ടും കാൽ മീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ രണ്ടുകാൽ മീറ്റർ; ആകെ കൂട്ടിയ അരയും കാലും മൂക്കാൽ. അപ്പോൾ മൂക്കാൽ മീറ്ററാണ് കൂടുതൽ. അതായത്

$$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

മേൽപ്പറഞ്ഞ ആശയം ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \left(1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

മറ്റൊരു രീതിയിലും കണക്കുകൂട്ടാം

$$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = \frac{9}{4} - \frac{3}{2} = \frac{9}{4} - \frac{6}{4} = \frac{3}{4}$$



- ഒന്നേമുക്കാൽ മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരടിയിൽനിന്ന് അര മീറ്റർ മുറിച്ചുമാറ്റിയാൽ, മിച്ചമുള്ള ചരടിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?
- മൂന്നര കിലോഗ്രാം മത്തങ്ങയിൽ നിന്ന് ഒന്നേമുക്കാൽ കിലോഗ്രാം മുറിച്ചെടുത്തു. ബാക്കിയുള്ള കഷണം എത്ര കിലോഗ്രാമാണ്?
- അനു ഒരു വട്ടം വരച്ച്, അതിന്റെ $\frac{5}{12}$ ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുത്തു. ഇനി എത്ര ഭാഗംകൂടി നിറം കൊടുക്കാനുണ്ട്?
- 10 ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളുന്ന ഒരു തൊട്ടിയിൽ $3\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ വെള്ളമുണ്ട്. തൊട്ടി നിറയാൻ ഇനിയെത്ര വെള്ളം ഒഴിക്കണം?
- പഞ്ചായത്തിൽ കഴിഞ്ഞ വർഷം $14\frac{3}{4}$ കിലോമീറ്റർ റോഡ് പുതുതായി നിർമ്മിച്ചു. ഈ വർഷം $16\frac{1}{4}$ കിലോമീറ്ററും. ഈ വർഷം എത്ര കിലോമീറ്റർ കൂടുതൽ നിർമ്മിച്ചു?
- വിനോദ് 20 മീറ്റർ ചരട് വാങ്ങി. ഇതിൽ നിന്ന് ആദ്യം $5\frac{3}{4}$ മീറ്ററും, പിന്നീട് $6\frac{1}{2}$ മീറ്ററും മുറിച്ചെടുത്തു. ഇനിയെത്ര നീളം ബാക്കിയുണ്ട്?
- ഒരു ടാങ്കിന്റെ മൂന്നിലൊന്നു ഭാഗം വെള്ളമുണ്ട്. 100 ലിറ്റർ വെള്ളംകൂടി ഒഴിച്ചപ്പോൾ അത് പകുതി നിറഞ്ഞു. ടാങ്കിൽ ആകെ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?
- ഒരു ടാങ്കിൽ വെള്ളം നിറയ്ക്കാൻ രണ്ടു കുഴലുകളുണ്ട്. ഒന്നാമത്തെ കുഴൽ മാത്രം തുറന്നുവെച്ചാൽ, 10 മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്ക് നിറയും. രണ്ടാമത്തെ കുഴൽ മാത്രം തുറന്നു വെച്ചാൽ, ടാങ്ക് നിറയാൻ 15 മിനിറ്റ് വേണം.
 - ഒന്നാമത്തെ കുഴൽ മാത്രം തുറന്നുവെച്ചാൽ, ഒരു മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്കിന്റെ എത്ര ഭാഗം നിറയും?
 - രണ്ടാമത്തെ കുഴൽ മാത്രം തുറന്നുവെച്ചാൽ, ഒരു മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്കിന്റെ എത്ര ഭാഗം നിറയും?
 - രണ്ടു കുഴലുകളും തുറന്നുവെച്ചാൽ, ഒരു മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്കിന്റെ എത്ര ഭാഗം നിറയും?
 - രണ്ടു കുഴലുകളും തുറന്നുവെച്ചാൽ, എത്ര മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്ക് നിറയും?
- പാൽ വിതരണസംഘത്തിൽ രാവിലെ $75\frac{1}{4}$ ലിറ്ററും വൈകുന്നേരം $55\frac{1}{4}$ ലിറ്ററും കിട്ടി. ഇതിൽ $15\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ വിറ്റു. ഇനിയെത്ര ലിറ്റർ മിച്ചമുണ്ട്?

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ



പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> • ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ പല പല രൂപങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു. • ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ പല പല രൂപങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ മാർഗം രൂപീകരിക്കുകയും വിശദീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. • ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ലഘൂരൂപം കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു. • ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുക ചിത്രത്തിലും പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിലും വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു. • വ്യത്യസ്ത ഘോഷമുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളെ ഘോഷം ഒരുപോലെയാക്കി തുക കാണുന്നതിനും പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനും കഴിയുന്നു. • ഘോഷം ഒരുപോലെയാക്കി ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം കാണുന്നതിനും പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനും കഴിയുന്നു. 			

9

ചിത്രങ്ങൾ വായിക്കും



കിസ് മത്സരം

ഗണിത ക്ലബ്ബ് സംഘടിപ്പിച്ച കിസ് മത്സരത്തിൽ പങ്കെടുത്ത ടീമുകൾക്ക് കിട്ടിയ പോയിന്റുകൾ കിസ് മാസ്റ്റർ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത് കല്യാണി കൗതുകത്തോടെ നോക്കിയിരുന്നു.

“ഓരോ ടീമിനോടും ചോദിക്കുന്ന ചോദ്യത്തിന് അവർ ശരിയുത്തരം പറയുകയാണെങ്കിൽ അവർക്ക് നക്ഷത്രചിഹ്നവും (★) ഉത്തരം അറിയാത്ത ചോദ്യം അടുത്ത ടീമിന് കൈമാറി ആ ടീം ഉത്തരം പറയുകയാണെങ്കിൽ ത്രികോണചിഹ്നവും (▲) നൽകുന്നു.”

“ഈ വിദ്യ കൊള്ളാമല്ലോ” - കല്യാണി ചിന്തിച്ചു.

മത്സരത്തിന്റെ അവസാനമുള്ള സ്കോർ ബോർഡ് നോക്കൂ.

ടീം	പോയിന്റ്	ആകെ സ്കോർ
A	★ ★ ★ ★ ▲ ▲ ▲ ▲	
B	★ ★ ★ ▲ ▲	
C	★ ★ ★ ★ ★ ▲ ▲ ▲	
D	★ ★ ▲ ▲ ▲	

ഈ മത്സരത്തിൽ ആരാണ് വിജയിച്ചത്? കല്യാണിക്ക് ഒന്നും പിടികിട്ടിയില്ല.

“★ ന് 10 പോയിന്റും ▲ ന് 5 പോയിന്റും കിട്ടും” - കിസ് മാസ്റ്റർ പറഞ്ഞു.

“സർ, ആകെ കിട്ടിയ പോയിന്റ് ഞാൻ പറയാം” - കല്യാണി ചാടിയെഴുന്നേറ്റു.

ഓരോ ടീമിനും കിട്ടിയ ആകെ സ്കോർ കല്യാണി കണ്ടെത്തിയത് എങ്ങനെയാണ്?

ടീം A യ്ക്ക് 4 ★ ഉം 4 ▲ ഉം ആണ് ലഭിച്ചത്.

$$4 \text{ ★ ന് ലഭിച്ച സ്കോർ} = 4 \times 10 = 40$$

$$4 \text{ ▲ ന് ലഭിച്ച സ്കോർ} = 4 \times 5 = 20$$

$$\text{ടീം A യ്ക്ക് ലഭിച്ച ആകെ സ്കോർ} = 40 + 20 = 60$$

ഇതുപോലെ മറ്റു ടീമുകൾക്കു ലഭിച്ച സ്കോർ കണ്ടെത്തിനോക്കൂ. കിസ് മത്സരത്തിൽ വിജയിച്ച ടീം ഏത്?

ടാലി അടയാളം

പണ്ട് വരകൾ ഉപയോഗിച്ച് എണ്ണം രേഖപ്പെടുത്തിയിരുന്നു.

- I - 1
- II - 2
- III - 3
- IIII - 4
- IIIII - 5



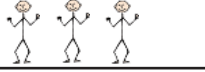

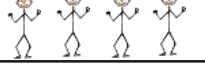



സംഖ്യകൾ വലുതാകുമ്പോൾ തിരിച്ചറിയാനും എളുപ്പത്തിൽ എണ്ണാനും അഞ്ചിന്റെ കൂട്ടങ്ങളാക്കി മാറ്റാം. ഉദാഹരണമായി 23 ഇങ്ങനെ എഴുതാം.



IIII IIII IIII IIII III

കിസ് മത്സരങ്ങളിൽ ഈ രീതിയിൽ പോയിന്റുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത് നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടാകുമല്ലോ. ഇതുപോലെ വരകൾ ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുന്നതാണ് ടാലി അടയാളം (Tally Marks).

അഞ്ചാം ക്ലാസിൽ എത്ര കുട്ടികൾ?

ഒരു സ്കൂളിലെ അഞ്ചാം ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം ഡിവിഷൻ തിരിച്ച് ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ.

5A		
5B		
5C		
5D		

-  - 5 ആൺകുട്ടികൾ
-  - 5 പെൺകുട്ടികൾ

ഏതു ക്ലാസിലാണ് പെൺകുട്ടികൾ കൂടുതലുള്ളത്? ആ ക്ലാസിൽ എത്ര പെൺകുട്ടികൾ ഉണ്ട്?







5C ഡിവിഷനിൽ എത്ര ആൺകുട്ടികളുണ്ട്? എത്ര പെൺകുട്ടികളുണ്ട്?

ഓരോ ഡിവിഷനിലും എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ട്?

ആൺകുട്ടികളുടെ ആകെ എണ്ണത്തേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ് പെൺകുട്ടികളുടെ ആകെ എണ്ണം?

സ്കൂൾ ലൈബ്രറി

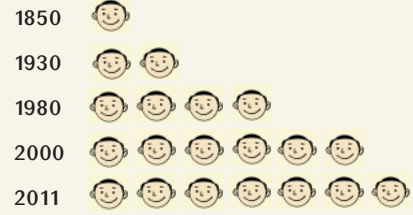
പഞ്ചായത്ത് യു.പി. സ്കൂളിലെ ലൈബ്രറിപുസ്തകങ്ങളുടെ എണ്ണം സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബോർഡ് നോക്കൂ.

നോവൽ	
ചെറുകഥ	
കവിത	
നാടകം	
ജീവചരിത്രം	
മറ്റിനങ്ങൾ	

 - 100 പുസ്തകങ്ങൾ

ചിത്രവിവരണം

വിവിധ വർഷങ്ങളിലെ ലോകജനസംഖ്യയാണ് ഈ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്



ഇതിൽ ഒരു മനുഷ്യന്റെ ചിത്രം കൊണ്ട് നൂറു കോടി മനുഷ്യരുടെ എണ്ണം സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ ചെയ്യുന്നതുകൊണ്ട് താരതമ്യം കുറേക്കൂടി എളുപ്പമാകുന്നു.

ഏതു വിഭാഗത്തിലാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ പുസ്തകങ്ങൾ ഉള്ളത്?

ലൈബ്രറിയിൽ ആകെ എത്ര പുസ്തകങ്ങൾ ഉണ്ട്?

എത്ര കാറുകൾ?

ഒരു കമ്പനി 2010 മുതൽ 2013 വരെ നിർമ്മിച്ച കാറുകളുടെ എണ്ണം ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് നോക്കൂ.

2010	
2011	
2012	
2013	

 -10000 കാറുകൾ

ഏറ്റവും കൂടുതൽ കാർ നിർമ്മിച്ച വർഷം ഏത്? ആ വർഷം നിർമ്മിച്ച കാറുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

2011നേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ് 2013-ൽ നിർമ്മിച്ച കാറുകളുടെ എണ്ണം?

ഈ സന്ദർഭങ്ങളിലെല്ലാം സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങളെ ഉചിതമായ ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇത്തരത്തിൽ സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങൾ ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുന്ന രീതിയാണ് പിക്ടോഗ്രാഫ് (Pictograph) അഥവാ പിക്ടോഗ്രാം (Pictogram). വലിയ സംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വിവരങ്ങൾ പിക്ടോഗ്രാമിൽ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് സൗകര്യപ്രദമാണ്. സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനും ഈ രീതി എളുപ്പമാവും.

കയറും കണക്കും

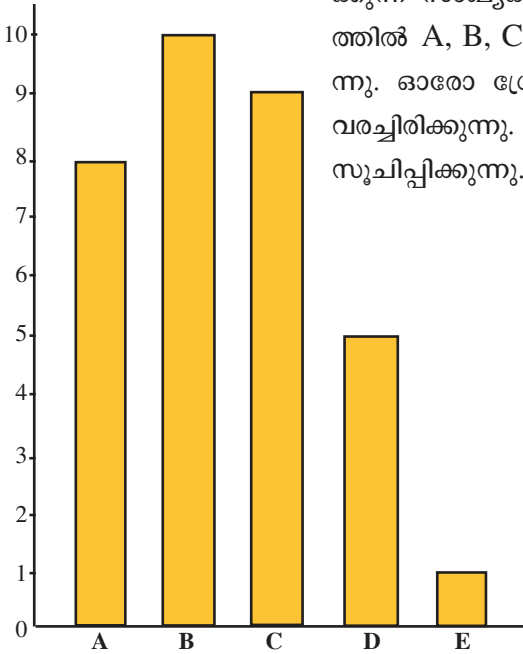
കയറിൽ കെട്ടുകളിട്ട് എണ്ണം അടയാളപ്പെടുത്തുന്ന രീതി പണ്ട് പല നാടുകളിലും ഉണ്ടായിരുന്നു. ഉദാഹരണമായി, നമ്മുടെ നാട്ടിൽ പല സ്ഥലങ്ങളിലും തേങ്ങ എണ്ണിയെടുക്കുമ്പോൾ നൂറ് തേങ്ങയ്ക്ക് ഒരു കെട്ട് എന്ന തോതിൽ കയറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക പതിവുണ്ട്.

സംഖ്യാപരമായ വളരെയധികം വിവരങ്ങൾ പല പല ചരടുകളിലാക്കി ഒന്നിച്ച് കെട്ടി സൂക്ഷിക്കുന്ന രീതി, 13-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ തെക്കേ അമേരിക്കയിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഇൻകാ വംശക്കാർ നടപ്പിലാക്കിയിരുന്നു. ഖീപു എന്നാണ് ഇത്തരം ചരടുകളുടെ പേര്.



മറ്റൊരു ചിത്രീകരണം

ഒരു ക്ലാസിൽ അർധവാർഷിക പരീക്ഷയ്ക്ക് ഗണിതത്തിൽ വിവിധ ഗ്രേഡ് ലഭിച്ച കുട്ടികളുടെ എണ്ണമാണ് ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. കുത്തനെയുള്ള വരയിൽ നിശ്ചിത അകലത്തിൽ 1, 2, 3, 4, ... എന്നിങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത് കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകളാണ്.



വിലങ്ങനെയുള്ള വരയിൽ നിശ്ചിത അകലത്തിൽ A, B, C, D, E എന്നീ ഗ്രേഡുകളും രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ ഗ്രേഡിനുമുള്ളിലും ഒരേ വീതിയിലുള്ള ചതുരങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. ചതുരങ്ങളുടെ നീളം (ഉയരം) കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ചിത്രം വായിച്ച് പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കൂ.

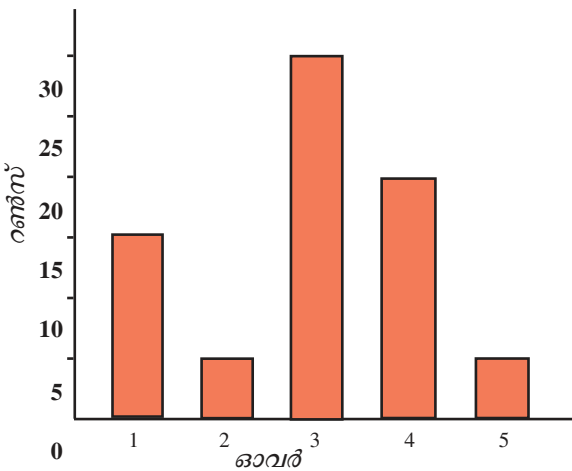
ഗ്രേഡ്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
A
B
C	9
D
E

ഇത്തരത്തിൽ സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങൾ ചതുരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്ന രീതിയാണ് ബാർഗ്രാഫ് (Bar Graph) അഥവാ ബാർ ഡയഗ്രാം (Bar Diagram).

ക്രിക്കറ്റ് മത്സരം



- ഒരു ക്രിക്കറ്റ് മത്സരത്തിൽ ആദ്യത്തെ 5 ഓവറുകളിൽ ഇന്ത്യൻ ടീം നേടിയ റൺസ് ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് കാണുക



ഏറ്റവും കൂടുതൽ റൺസ് നേടിയത് എത്രമത്തെ ഓവറിലാണ്? ആദ്യത്തെ മൂന്ന് ഓവറുകളിൽ ആകെ എത്ര റൺസ് ലഭിച്ചു? ആദ്യത്തെ 5 ഓവറുകളിൽ ഇന്ത്യൻ ടീമിന് ആകെ എത്ര റൺസ് ലഭിച്ചു?



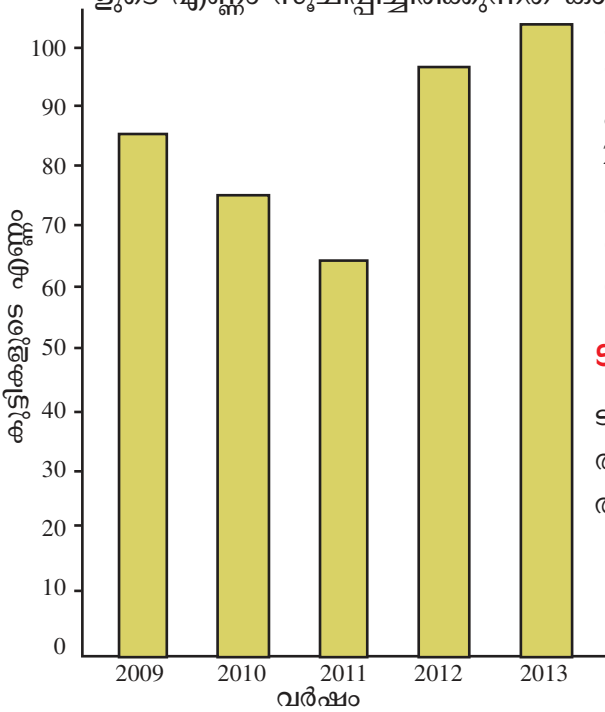
ബാർ ഡയഗ്രാം കമ്പ്യൂട്ടറിൽ വരയ്ക്കാം

നമുക്ക് ലഭ്യമായതോ നാം ശേഖരിച്ചതോ ആയ വിവരങ്ങൾ പല രീതിയിലും ചിത്രീകരിക്കാറുണ്ട്. വിവരങ്ങളുടെ വിശകലനത്തിന് ഇത്തരം ചിത്രങ്ങൾ നമ്മെ വളരെയധികം സഹായിക്കും. വളരെ ലളിതമായി സ്പ്രെഡ്ഷീറ്റ് സോഫ്റ്റ്‌വെയർ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ബാർ ഡയഗ്രാം നിർമ്മിക്കാം.

ഇതിനായി Application -> Office -> OpenOffice.org Spreadsheets/LibreOffice Calc എന്ന ക്രമത്തിൽ സ്പ്രെഡ്ഷീറ്റ് സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറക്കാം. വിവരങ്ങൾ പട്ടികരൂപത്തിൽ സ്പ്രെഡ്ഷീറ്റിൽ നൽകുക. ഈ പട്ടികയിലെ ഏതെങ്കിലും കളത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തതിനുശേഷം Insert -> Chart എന്ന ക്രമത്തിൽ ബാർ ഡയഗ്രാം വരയ്ക്കാം.

സ്കൂൾ പ്രവേശനം

- ഒരു സ്കൂളിൽ തുടർച്ചയായ അഞ്ചു വർഷങ്ങളിൽ ഒന്നാം ക്ലാസ്സിൽ ചേർന്ന കുട്ടികളുടെ എണ്ണം സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത് കാണുക.



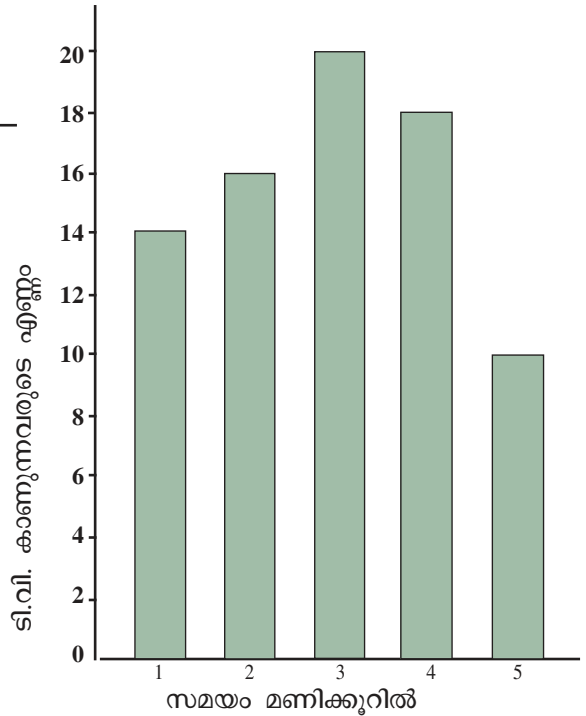
ഏതു വർഷത്തിലാണ് ഒന്നാം ക്ലാസ്സിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ കുട്ടികൾ ചേർന്നത്?

കുട്ടികൾ കൂടുതൽ ചേർന്നത് 2012 ലോ 2013 ലോ? എത്ര കൂടുതൽ?

ഏറ്റവും കുറവ് കുട്ടികൾ ചേർന്ന വർഷമേത്? മുൻ വർഷത്തേക്കാൾ എത്ര കുറവാണ്?

ടി.വി. കാണുന്നത് എത്ര സമയം?

ടി.വി. കാണുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ശേഖരിച്ച വിവരങ്ങളാണ് ചുവടെ ബാർ ഡയഗ്രാത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നത്.



- 1 മണിക്കൂർ മാത്രം ടി.വി. കാണുന്നവരെത്ര?
- 3 മണിക്കൂർ സമയം ടി.വി. കാണാൻ ചെലവഴിക്കുന്നവർ എത്ര പേരുണ്ട്?
- 2 മണിക്കൂറിൽ കൂടുതൽ സമയം ടി.വി. കാണാൻ ചെലവഴിക്കുന്നവർ എത്ര?
- ഇതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ തയ്യാറാക്കൂ.

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ



പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
<ul style="list-style-type: none"> പിക്ടോഗ്രാഫിൽ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാനും തരംതിരിക്കാനും കഴിയുന്നു. ബാർഗ്രാഫിൽ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാനും തരംതിരിക്കാനും കഴിയുന്നു. ഗ്രാഫുകൾ വ്യാഖ്യാനിക്കാനും താരതമ്യം ചെയ്യാനും സാധിക്കുന്നു. 			